







Effigies omnium
millima S. Aloysij Gon
qualis asseruatur in eius olim cubiculo
nunc sacello supiori Collegij Romani.

DE
LENTIBUS ET TELESCOPIIS
DIOPTRICIS
DISSERTATIO

QUAM AUSPICE

S. ALOYSIO GONZAGA

PATRONO SUO BENEFICENTISSIMO

PUBLICE HABUIT IN SEMINARIO ROMANO

MARCHIO ALOYSIUS LEONORI

SEMINARII ROMANI CONVICTOR

ATQUE ACADEMICUS REDIVIVUS.

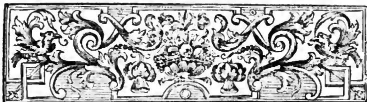




ROMÆ MDCCLV.

Ex Typographia Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani.

SUPERIORUM PERMISSU.





Rgumentum hujus noſtræ exercitationis ſeligimus tritum illud quidem, & ab omnibus Opticis ubique pertractatum, quod tamen non idcirco ineptum eſſe credidimus ad rem noſtram, cum ea nimirum, ad edendum publice ſtudiorum noſtrorum ſpecimen aliquod aptiora ſint, quæ vulgo notiora ſunt itidem. Præterquamquod ſi in re maxime trita ordinis, ac deductionis peculiarem aliquam rationem habeamus, ſi quid non ita pervulgatum, & nobis ſaltem novum adjiciamus; ſi, quæ inde in Opticam, & Aſtronomiam derivantur commoda, quæ occurrant incommoda, ac errorum a ſummis etiam aliquando viris admiſſorum pericula, percenſeamus; arbitramur utique nec inutilem operam noſtram fore, nec injucundam.

2. Ut autem ab ipſis primis principiis rem ordiamur nemo ſane ignorat, eam eſſe luminis proprietatem, ut dum ex uno medio migrat in aliud diverſi generis, & diverſam vim exercentis in lumen ipſum, nonnihil inflectatur, quæ inflexio dicitur refractio. Fit autem ea lege itidem notiſſima, ut in quavis diverſa inclinatione radii ad ſuperficiem ſinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti, quos nimirum radius directus, & refractus continent cum recta perpendiculari ad ſuperficiem ipſam, ſit in ratione data, quæ ratio in ingreſſu ex aere in vitrum eſt proxime ut 31 ad 20, vel ut 3 ad 2, contra in ingreſſu e vitro in aerem ut 20 ad 31, vel ut 2 ad 3.

3. Hæc proprietas luminis efficit, ut dum per emiſſionem luminis factam a corpore lucido, vel per eam, quam reflexionem dicimus factam a corpore lumine proprio carente, & cogente lumen acceptum a corpore lucido retro regredi, radii ad oculum noſtrum deveniunt, iidem intra oculum intorti coadunen-

nentur in oculi fundo , & ibi objecti imaginem depingant . Id nimirum fit potissimum ope lentis chrystallinæ , quam habemus in oculo , lentium enim utrinque convexarum est lumen colligere per refractionem . Qua id ratione fiat , quæ in ea collectione habeantur vitia , quæ vitiorum remedia , & remediorum limites , quo pacto per vitra vel solitaria , vel conjuncta adjuvetur oculus , & elevetur ad distinguenda ea , quæ per sese non posset , quæ in eo ipso vitia adhuc necessario remaneant nunquam amovenda , nisi ipsa mutetur natura luminis , hujus erit dissertationis persequi per gradus .

4. Et primo quidem fieri posset , ut radii omnes ab unico digressi objecti puncto in unico itidem puncto colligerentur, tum vero lentium theoriam haberemus absolutam , & tam visio nostra per sese , quam eadem specillis , & telescopiis adjuta , lentibus nimirum solitariis , vel combinatis , in immensum potentiæ suæ fines protraheret . At id natura vetat ex pluribus capitibus . Primo quidem , quia figura sphærica radios omnes utut homogeneos ab unico puncto digressos in unico itidem puncto non colligit , si e materia constet homogenea ; quæ tamen figura requiritur e pluribus capitibus ; deinde vero quia radii ipsi heterogenei sunt , & diversam refrangibilitatem habent , ut Newtonus demonstravit ; unde fit , ut alii citius colligantur , alii serius . Verum quoniam , quod ad primum caput pertinet , inveniri potest superficies , quæ in unico puncto colligat radios omnes homogeneos ex unico puncto profectos , quam aliter invenit Cartesius , aliter Newtonus , nostram satis simplicem illam quidem , & elegantem ejus problematis solutionem exhibebimus, quam septem ab hinc annis communicavimus cum doctissimo viro Jo. Baptista Soardio , in epistola , quam is deinde inseruit geometrico operi , de Curvarum descriptione per organa , edito tribus ab hinc annis . Est autem hujusmodi .

F. 1. 5. Sit in Fig. 1. P punctum radians , F punctum , in quo radii coire debeant , quod dicitur focus , & quæratur curvatura A I G superficiei ejusmodi , ut omnes radii P I D refracti dirigantur per I F ad F . Concipiantur bini ejusmodi radii infinite proximi P I D , P i d , & centris P , F intervallis P I , F I ducantur arcus circulares , qui occurrant rectis P i , F i in V , u . Quoniam angulus D I i est inclinatio radii directi P I D ad superficiem I i , angulus V I i , qui est ejus complementum

ad

ad eum rectum, quem arcus V I continet cum semidiametro P I producta, erit æqualis angulo, quem idem radius continet cum perpendiculari ad superficiem, qui itidem est complementum inclinationis. Erit igitur V I i angulus incidentiæ, & eodem argumento angulus u I i erit angulus refractus. Porro eorum angulorum sinus ad radium I i sunt lineolæ V i, u i ob angulos rectos ad V, & u. Quare eæ lineolæ erunt in ea data ratione sinuum. Est autem V i incrementum rectæ P I abeuntis in P i, & u i decrementum rectæ F I abeuntis in F i. Igitur habebimus hoc theorema. *Ut habeatur quæsita curva, satis est ita determinare puncta I, i ut incrementum continuum rectæ P I ad decrementum rectæ F I sit ubique in data ratione.*

6. Id Newtonus perficit hoc pacto. Seligatur punctum A ad arbitrium inter P, & F, ubi sinus incidentiæ sit major sinu anguli refracti, tum capiatur A H versus F itidem ad arbitrium, deinde vero A L ad A H, ut est sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti, & si centris P, & F, intervallis P L, F H inveniatur punctum I, quod semper eo casu poterit inveniri, ipsum erit ad curvam quæsitam. Cum enim A L ad A H sit constanter, ut sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, erit etiam incrementum illius, quod est idem, ac incrementum P L, sive P I ad incrementum hujus, quod est idem ac decrementum F H, sive F I in illa ratione data sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti, ut oportebat. Hinc autem facile deducitur, quid facto opus sit etiam, ubi sinus incidentiæ sit major, & cui usui sint partes omnes curvæ ita definitæ, constructio enim est generalis, tam pro casu, in quo radii debeant convergere ad punctum datum, quod tum dicitur focus realis, quam pro casu, quo debeant divergere à puncto dato, quod tum dicitur focus virtualis.

7. At ejusdem curvæ hæc itidem constructio, quæ quandam geometricam elegantiam præsefert, facile eruitur. Assumpta curvæ origine A, capiatur A B ad A F in ea ratione data sinus incidentiæ, ad sinum anguli refracti, ac centro P intervallo P B describatur circulus B D E, tum ducto quovis radio P D, inveniatur in eo punctum I ita, ut sit I D ad F I in ea ratione data, quod quidem facile præstatur ducta F D, & facto angulo D F I, cujus sinus ad sinum dati anguli F D P sit in illa eadem ratione, & punctum I erit ad curvam quæsitam. Nam cum sit I D ad I F in ea ratione constanti, erit & decremen-

mentum I D, quod eſt incrementum P I ob P D conſtantem, ad decrementum I F in illa ratione eadem, ut oportebat. Hoc autem pacto conſiderata ejuſmodi curva ſummam habet affinitatem cum conicis ſectionibus. Si enim concipiatur, punctum P abire in infinitum, radiis nimirum, dum incidunt, non divergentibus a puncto dato, ſed parallelis, circulus B D E abit in rectam lineam, cui evadit perpendicularis I D, & ratio conſtans F I ad I D eſt illa ipſa, quam nos in noſtris Conicarum Sectionum elementis aſſumpſimus pro definitione ſectionis Conicæ. Sed ut in ea ipſa epiſtola innui ſub finem, non ſemper habebitur caſus refractionis cum ea lege, ſed aliquando etiam caſus reflexionis cum lege ſimili conſtantis rationis ſinuum anguli incidentiæ, & anguli refracti, cujuſmodi reflexio in natura non exiſtit.

8. Porro eadem curva ſic etiam facile conſtruitur motu continuo ope filorum, dummodo ratio ea conſtans ſinuum ſit F. 2. data. Nimirum advolvatur filum ſtylis fixis in P, & F, & cuidam mobili I ita, ut in I F ſit toties multiplex, quot unitates exprimit ſinus anguli incidentiæ, & in I P toties, quot exprimit ſinus anguli refracti, quod quidem facile perficitur caput fili alligando ſtylo mobili I, vel alteri e fixis P, F, prout inter illum, & hunc haberi debet filorum numerus par, vel impar. Movendo nimirum ſtylum I ita, ut interea filum totum maneat tenſum, habebitur intentum. Quoniam enim totum filum ſemper manet idem, tanto augebuntur omnia ſimul fila P I, quanto decreſcent omnia I F. Quare numerus incrementorum omnium filorum P I æquabitur numero decrementorum omnium F I. Porro tanto magis augentur, vel minuuntur ſingula, quanto pauciora ſunt; adeoque incrementum unius P I ad decrementum unius F I erit, ut numerus ipſorum F I ad numerum ipſorum P I, nimirum in ratione illa data; ut oportebat. Sic ſi aſſumamus rationem eam in tra itu ex aere in vitrum ut 3 ad 2, ſatis erit alligare filum ſtylo I, tum illud advolvere ſtylo P, deinde ſtylo I advolvere, tum ſtylo F, tum iterum I, tum alligare F, & erit incrementum P I ad decrementum F I, ut 3 ad 2, in illa nimirum ratione data.

9. Et hoc quidem ſoluto ſemel problemate pro unica ſuperficie, ſolvitur pro ſuperficiebus quotcumque. Primum enim fieri poteſt, ut per refractionem in prima ſuperficie radii re-

ſpi-

ſpiciant punctum quodvis diverſum ab eo, quod debet eſſe focus, tum hujus ope invenienda eſt ſuperficies alia quæ ad datum punctum colligat. Sed hæc omnia ad geometricam exercitationem magis faciunt, quam ad uſum. Nam & admodum difficile eſt vitro ejuſmodi figuram accuratè præbere, ſi id ipſum fieri omnino poſsit, & ſi etiam detur fieri poſſe, colligentur in unico puncto a data ſuperficie tantummodo radii, qui e data diſtantia in axe poſita profluunt; reliqui autem omnes, qui diſcedant e quovis alio ipſius etiam axis puncto, vel e quovis puncto extra axem ubicumque aſſumpto non colligentur in unico puncto, ſed in exiguo quodam ſpatıolo. Quamobrem de hiſce contemplationibus minus proficuis ad viſum perficiendum, jam ſatis; ac a Carteſii & Newtoni ovalibus colligentibus radios in unico puncto, ad circulum, qui in ſpecillis, & teleſcopiis adhibetur, faciamus gradum.

10. Porro proponemus problema generale, ex cujus ſolutione pendent omnia prorſus, quæ pertinent ad focos, & cauſticas pro curvis omnibus, adeoque, & ad lentes tum ſimplices, tum compoſitas, & cujus veluti conſectaria ſunt. Dicitur autem focus; ut monuimus, id punctum, in quo coeunt bini radii infinitè proximi inter ſe, divergentes a dato puncto, paralleli, vel convergentes ad datum punctum, ſive reflexi, ſive refracti, poſt reflexionem, vel refractionem in data ſuperficie factam, quod nomen habent, quia ferè ſemper omnes intermedii coeunt in puncto itidem infinitè proximo, ibique in majore copia lumen ita colligitur, ut etiam ignem aliquando ibidem accendat, quod radii ſolares in ſpeculis, vel lentibus præſtare ſolent. Cauſtica autem appellatur ea curva continua linea, quam perpetuo tangit continua radiorum ſeries ſive a dato puncto divergens, ſive ad id convergens, ſive parallela, ſive certa quacumque lege adveniens, ut ſi adveniat ſecundum tangentes datæ cujuſvis curvæ. Porro quoniam generaliter in quavis curva extra caſus quoſdam anomalos binæ tangentes infinitè proximæ inter ſe coeunt in puncto infinitè proximo binis illis contactibus, & quidem inter eos ſito, idcirco ad inveniendum etiam cauſticæ punctum quodvis, ſatis eſt invenire concurſum binorum radiorum infinite proximorum, ſive invenire focum; & continua focorum ſeries eſt ipſa curvæ cauſticæ perimeter. Tam focus autem, quam cauſtica realis dicitur, ſi concurſus ſive con-

ta-

tactus eo jaceat, quo radii tendunt; virtualis, si jaceat ad partes oppositas ita, ut ipsi radii fugiant inde, non eo tendant.

11. Innumerabilis sane est varietas focorum, & causticarum pro diversa curvarum natura, ac ad omnes evolvendos casus vix integra, & admodum ampla volumina satis essent, geometria latissimos ubique offerente campos, per quos excurras, si velis. Sed nos generalem exhibebimus problematis solutionem pro solo refractionum casu, ex quo omnia pendent, & innuemus, quæ in eo genere pertinent ad refractiones, tum ea tantummodo derivabimus, quæ ad rem nostram erunt usui, nimirum pro lentibus, & telescopiis. Problema autem est hujusmodi.

F. 3. *Binorum radiorum, qui ad datum dati circuli arcum deferantur directionibus, quarum datur concursus, invenire concursum post refractionem*. Idem vero est, ac si dicatur radiorum infinitè proximorum invenire focum, & solvetur pro casu in quo radii deveniant divergentes a dato puncto, incurrant in partem circuli convexam, sit sinus incidentiæ major sinu anguli refracti, & radii post refractionem convergant. Ei casui nimirum aptabimus & schema, & calculum. Sed inde, quæ ad reliquos casus pertinent eruentur omnia: Nam si radii adveniant paralleli, satis est distantiam puncti, a quo divergant, a circuli peripheria concipere infinitam; si convergunt, ea jacente ad partes oppositas, oportebit ipsam sumere negativam. Si arcus circuli fuerit potius concavus, satis erit ejus radium ad partes oppositas jacentem habere pro negativo. Si pro arcu curvo fuerit recta, satis erit assumere radium circuli infinitum. Si habeatur curva alia quæcumque, satis erit substituere ipsi arcum circuli osculatoris, qui in re præsenti ipsi æquivalet. Sinuum expresio generalis erit, & si valor distantiæ foci quæsiti ab arcu obvenerit positivus, is focus erit realis, & radii convergent; si infinitus, radii emergent paralleli; si negativus, focus erit virtualis, & radii divergent. Re autem definitâ pro unica superficie, poterit definiri pro superficiebus quotcumque, pro alia nimirum post aliam, efficiendo, ut focus priore superficie definitus locum habeat pro secunda superficie puncti radiantis. Series focorum continua exhibebit causticas; quo quidem pacto unicum hoc problema rite casibus omnibus applicatum rem omnem perficiet.

F. 3. 12. Ad ejus solutionem sit in fig. 3. punctum radians P, centrum circuli C, recta A C secante circulum in A. Bini radii in-

infinitè proximi occurrant arcui convexo in I, & i, eidem producti concurrant in E, & e, ipsi vero refracti per chordas I D, i d concurrant in F, qui erit focus quæsitus, ratio autem sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti sit I ad R.

13. Primo quidem cujusvis radii directi P I facile admodum invenietur refractus I D. Ducta nimirum I H diametro per centrum C, tum chorda H E, aptetur in circulo chorda H D, quæ ad ipsum sit, ut est sinus anguli refracti ad sinum incidentiæ, & ducta I D erit factum. Cum enim H I sit perpendicularis ad superficiem, angulus H I E erit ad verticem oppositus ei, quem contineret recta ipsa H I producta cum radio incidente P I, adeoque erit angulus incidentiæ. Angulus autem H I D erit angulus refractus. Quoniam vero anguli H E I, H D I sunt recti in semicirculo, assumpto H I pro radio, erunt H E, H D sinus angulorum H I E, H I D, nimirum incidentiæ, & anguli refracti, qui per constructionem erunt in ratione data I ad R, ut oportebat. Quare cujusvis radii directi dabitur refractus in circulo, & in quavis curva ope circuli osculatoris, vel facilius ope circuli cujuscumque, qui describatur assumpto segmento quovis I H ad arbitrium abscisso ex normali ad eam curvam, quæ datâ curvâ ipsâ, datur, & facta constructione eâdem. Nam demonstratio pendet unice ex eo quod I H sit perpendicularis ad arcum A I i in I, & I E H semicirculus.

14. Definita directione radii refracti, definire oportebit in eadem punctum F, sive illum focum. Id autem hoc pacto præstabitur ope infinitesimalium quantitatum calculo geometrico eruto ex compositione rationum. Concipiantur in primis & hic arcus I V, I u centris P, & F, ut in fig. 1., ducanturque C B, C b, C O, C o perpendicula in chordas I E, I e, I D, i d, quas & bifariam secabunt, ac C B, C O occurrant chordis i e, i d in R, r.

15. Patet in primis, fore similia triangula rectangula C I O, V I i, cum ob angulos C I i, B I V rectos, dempto B I i communi, remaneant C I B, V I i æquales, & anguli ad B, ac V sint recti. Eodem autem pacto similia erunt & triangula C i O, u I i, unde illud facile colligitur, fore I u ad I V, ut est I O, ad I B, cum nimirum sit I u ad I i, ut I O ad I C, & I i ad I V, ut I C ad I B. Præterea ob I V, R b perpendiculares eidem P B, erunt similia triangula P I V, P R b,

 & pa-

ximus. Abibit B, & O in C, ac evadent C B, C O æquales, & P I, P B evadent P A, P C, foco F abeunte in aliquod punctum f. Eritque A f ad C f, ut I x P A. R x P C. Quare si fiat, ut sinus incidentiæ I ad sinum anguli refracti R, ita P C ad P K; erit A f ad f C ut est P A ad P K, ac proinde A C ad A f ut est P K ad P A, quæ constructio elegantissima est, & est illa, quæ in lentibus usum habet, in quibus radius per mediam lentem traductus est perpendicularis superficiei, in quam incurrit.

20. Porro ut generalis solutionis fructus aliquis innotescat, patet, punctum f debere jacere ad partes C, vel abire in infinitum, vel cadere ad partes A, prout P K fuerit minor, æqualis, vel major quam P A, sive prout e contrario P A ad P C habuerit rationem majorem, æqualem, vel minorem, quam sit ratio sinus R ad sinum I. Ac pro casu arcus concavi res æquè facile definitur. Quod si pro arcu circuli A I habeatur recta: tum vero res itidem in eo casu facile admodum absolvitur. Cum enim sit A f. C f : : I x P A. R x P C, erit R x A f. C f : : I x P A. P C, & alternando R x A f. I x P A : : C f. P C nimirum circulo abeunte in rectam in ratione æqualitatis, cum abeunte C in infinitum, & manente f evadat C f infinita, ac P C infinita itidem, quæ cum differre debeant per solam P f finitam, debent esse in ratione æqualitatis. Erit igitur R x A f = I x P A, sive P A. A f : : R. I. Solum cum abeunte C infra f mutetur directio C f in proportione illa R x A f. I x P A : : C f. P C, & ipsa negativa proinde fiat, non mutetur autem directio nec P A, nec P C, mutari debebit directio A f juxta ea, quæ demonstravimus in Dissertatione de transformationibus locorum geometricorum ad calcem elementorum nostrarum Sectionum Conicarum cum canonibus, qui in hujusmodi transformationibus usum habent incredibilem.

21. Eruitur autem hoc theorema, *ubi radii a puncto radiante digressi incurrunt in superficiem refringentem planam ad perpendiculum, focus est virtualis, & ejus distantia a superficie ad distantiam puncti radiantis ab eadem est ut sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti*, quod quidem theorema etiam immediate admodum facile demonstratur. Porro eodem pacto alia etiam quamplurima theoremata deduci possent pro circulorum arcubus quibuscumque, pro rectis lineis, pro curvis quibusvis,

nec ſemel generali problemate ſoluto, aliud requiritur, niſi ſolum cognitio naturae curvarum illarum, ac circulorum oſculatorum, & generales illi canones pro transformatione locorum geometricorum, Geometria ipſa itineris duce, & magiſtra.

22. Porro ex ejuſdem problematis ſolutione rite applicata, facile poſſet etiam per algebraicas æquationes finitas, vel infiniteſimales pro curvis algebraicis, cauſticæ natura definiri pro quavis curva refringente, data utcumque curva dirigente radios, ſi ii omnes ab unico puncto non divergunt, vel ad unicum non convergunt, nec paralleli ſunt; ſed ea res altiorem requirit indaginem, & multo fuſiorem tractationem, præterquamquod vix ullius eſſe poteſt uſus præter ipſam geometricam contemplationem. Circularis cauſtica uſum habet majorem, ut infra innuam, & multo minus difficulter determinatur. Ejus determinationis ideam quandam generalem tantummodo exhibebimus.

F. 4. 23. Sint in fig. 4. puncta P A C G I B E O F D eadem ac in fig. 3., ducanturque I M, F N perpendiculares ad diametrum A G; & F Q ipſi parallela occurrens M I in Q. Ponaturque A P diſtantia puncti radiantis a circulo $= d$, A C radius circuli $= r$, ſinus anguli incidentiæ, & anguli refracti pro I, & R dicantur m, & n, C N abſciſſa cauſticæ relatæ ad circuli centrum ponatur $= x$, N F ordinata $= y$, ſumaturque præterea $IM = z$. Habebitur per circuli naturam $CM = \sqrt{(rr - zz)}$, inde habetur $PM = PC - CM$, adeoque & P I ob angulum rectum M; cumque ſit $PI . IM :: PC . CB$, habetur C B, & ob datam C I habetur I B, adeoque P B. Eſt autem $m . n :: CB . CO$. Datur igitur C O, & proinde O I ob datam C I. Datur autem & C M, ac datur $CN = x$, adeoque datur M N, ſive F Q. Datur & $IQ = IM - MQ = IM - FN$. Datur igitur & F I ob angulum rectum Q. Porro datur, & $CF = \sqrt{(xx + yy)}$. Cum igitur in triangulo F I C acutangulo ſit $CF^2 + 2FI \times IO = FI^2 + CI^2$ ex Euclidis 12. l. 2., habebitur una æquatio. Proportio autem illa $FI . FO :: I \times IP \times IO . R \times PB \times IB$ (num. 16.) exhibet alteram æquationem ob datos jam analyticè valores omnes I P, I O, P B, I B, F I, & vero etiam $FO = FI - IO$. Ope earum binarum æquationum eliminato valore z, remanebit æquatio per x, & y ad curvam quæſitam.

24. Hæc quidem eſt prima ratio, quæ ſe ſponte offert æquationem eruendi, quæ tamen perpoliri plurimum poteſt, ſed eam

in-

immisse sit satis, ut innotescant vires generalis illius solutionis. Illud tantummodo adjiciemus posse eliminari potius x, vel y, & haberi æquationem, quæ exhibeat relationem IM ad CN, vel NF, nempe (cum IM sit distantia radii PI a recta PAC considerata pro axe) relationem distantiæ radii incidentis ab axe, quæ in lentibus est semidiameter aperturæ vitri, ad distantiam puncti causticæ ab ipso axe, vel ad distantiam centri a puncto axis, cui respondet causticæ punctum. Quare e tribus valoribus CN, vel etiam MN, NF, MI, dato uno quovis, potest inveniri quivis alius.

25. Quod si radii adveniant paralleli, multo facilius omnia determinabuntur, quæ ad causticam pertinent, nam & proportio illa fundamentalis evadit simplicior, nimirum IF. OF :: IXIO. RXIB (num. 18.), & IB evadit = CM, ac CB = MI, facta IB parallela AC. Verum res multo adhuc evadit minus composita, ubi punctum I sit admodum proximum puncto A, quo casu principium causticæ proximum axi, multo facilius determinari potest, in qua investigatione Geometria exhibet multa præclarissima compendia, si adhibeantur in quantitatibus admodum exiguis canones quidam, qui pertinent ad quantitates infinitesimas, de quibus agemus in quarto nostrorum elementorum tomo, & eorum ope alibi hanc ipsam investigationem exhibebimus.

26. Interea, quod attinet ad investigationem foci in ipso axe pro radiis ad ipsum accedentibus in infinitum, quod quidem satis est pro focis lentium, etiam sine illius generalis problematis solutione res hoc pacto facile definietur. Sit radius PI infinitè proximus axi PA, qui refractus per ID cum eo concurrat in R, & quæratur punctum R. Erit CIB angulus incidentiæ, CIO angulus refractus. Jam vero est IR ad CR, ut sinus anguli ICR ad sinum anguli CIR, sive assumpto angulo CIB intermedio, conjunctim ut sinus anguli ICR ad sinum anguli CIB, & sinus hujus ad sinum CIR. Prima ratio est eadem, ac sinuum PCI, PIC, cum ii anguli sint complementa ad binos rectos angulorum ICR, CIB, & idcirco habeant eosdem sinus, adeoque est eadem, ac lateris PI ad PC. Secunda autem ratio est, sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti. Igitur componendo eas rationes, erit IR ad CR, ut IXPI ad RXPC. Abeat jam punctum I in A, &

R abi-

R abibit in quoddam punctum axis f, recta P I in P A, & I R in A R. Erit igitur A f ad C f, ut I x P A ad R x P C prorsus, ut e formula generali deduximus pro hoc casu.

27. Quod si radii fuerint etiam paralleli abeunte P in infinitum, fit ratio P I ad P C, vel P A ad P C ratio æqualitatis, adeoque remanet I R ad C R, vel ultimo A f ad C f, ut est sinus incidentiæ I ad sinum anguli refracti R, & radius A C ad distantiam A f foci f a superficie refringente A I, ut est sinuum differentia ad sinum incidentiæ. In ingressu ex aere in vitrum, cum sit I ad R, ut 31 ad 20, erit A C ad A f, ut
F. 5. 11 ad 31. Quod si in fig. 5, deveniant perpendiculariter ad superficiem vitri B b, per quam transire debent irrefracti, tum delabantur ad superficiem concavam B A b, erit e contrario sinus incidentiæ 20, sinus anguli refracti 31, ac A C ad A f, ut differentia 11 ad primum 20. Si vero assumatur ratio proxima 3 ad 2, invenitur A f in fig. 4 tripla, & in fig. 5 dupla tantummodo radii circuli, unde hujusmodi habetur theorema. *Radii proximi axi delati directione parallela ipsi axi ex aere ad vitri superficiem sphericam convexam, post refractionem convergunt ad distantiam, quæ æquatur proxime triplo radio sphæræ: ubi e vitro ingrediuntur in aerem delati directione parallela axi ad superficiem concavam sibi, convexam aeri, convergunt proxime ad punctum distans per intervallum æquale duplo radio, sive uni diametro ipsius sphæræ.*

28. Facile, & illud deducitur punctum R in fig. 4 jacere citra f. Nam I R est minor, quam A R, adeoque ratio I R
F. 4. ad C R, est minor, quam A R ad R C. Debet autem esse
5. I R ad R C, ut I ad R, ut A f ad f C. Quare ratio A f ad f C erit minor, quam A R ad R C, & dividendo, ratio A C ad C f minor, quam A C ad C R, nimirum C f major, quam C R, quæ inæqualitas eo erit major, quo I longius recesserit ab A, & R I magis distiterit ab R A. Et quidem facile demonstratur, ubi I non multum distet ab A habere R f ad A M rationem datam, quæ facile definiri posset. Quod si in fig. 5 radius p B proximus axi, & ipsi parallelus debeat occurrere axi in F, focus autem in axe sit f, facile itidem demonstratur fore C F minorem, quam C f. Erit enim B F ad F C, ut est A f ad f C. Porro ob B F majorem, quam B A, erit ratio B F ad F C, sive A f ad f C major, quam A F ad F C, adeoque di-

dividendo A f ad A C ratio major, quam A F ad A C, & proinde A f major, quam A F; ac etiam hic habet A F ad sinum versum A M rationem datam. Ex eo vero, quod in fig. 4. C R, hic C F sit minor, quam C f, facile deducitur caussticam, quæ cuspidem habet in f, utrobique assurgere versus centrum, & qui ipsam construere vellet per puncta, pro quavis amplitudine A I figuræ 4, vel A B figuræ 5, invenire posset ibi in radio I R, hic in radio I F focum suum, & proinde contactum ipsius caussticæ. Id quidem præstabit admodum facile computando singula loca ex illa solutione generali rite applicata. Sed hæc innuisse sit satis, fusiorem enim tractationem requirerent, ut singula pro dignitate pertractari possent. Interea hic e constructione numeri 26 derivabimus formulas quasdam generales analyticas summo futuras usui pro lentibus, & telescopiis.

29. Dicatur in fig. 4 distantia P A puncti radiantis a superficie refringente $= d$, distantia foci ab eadem $= f$, radius circuli r, ratio sinuum m, n, differentia $m - n = p$. Cum sit $A f . f C :: m \times PA . n \times PC$, erit $f . f - r :: m d . n d + n r$. Inde ductis extremis, & mediis, $n f d + n f r = m f d - m r d$, adeoque $m f d - n f d - n f r = m r d$, sive $p f d - n f r = m r d$, & $f = \frac{m r d}{p d - n r}$. Hæc formula continet generaliter locum foci, datis utcumque valoribus n, r, d, p, in qua focus erit realis, vel virtualis, prout is valor obvenerit positivus, vel negativus. Erit autem valor d positivus, infinitus, vel negativus, prout radii advenerint divergentes, paralleli, vel convergentes, valor r erit positivus, infinitus, vel negativus prout arcus circuli ad partes radii advenientis fuerit convexus, rectus, vel planus, valor p erit positivus, nullus, vel negativus, prout sinus incidentiæ m fuerit major, æqualis, vel minor sinu anguli refracti, quo pacto unica ea formula omnes omnino casus amplectitur, cum etiam refractionis nullius.

30. Pro casu, in quo aliquis valor fiat infinitus, facile is eliminabitur, contemnendo eum terminum, in quo is non adest, & dividendo omnes, in quibus is relinquitur, per ipsum. Si evadat circuli radius infinitus, abeunte arcu in rectam contempto $p d$ respectu $n r$, habebitur $\frac{m r d}{- n r}$, sive $\frac{m d}{- n}$, vel $- n . m :: d . f$, & hujusmodi theorema, quod congruit cum num. 19.

num. 19. *Eſt ut ſinus anguli refracti ad ſinum incidentiæ, ita diſtantia puncti radiantis a ſuperficie plana ad diſtantiam foci, qui erit virtualis, ſi radii divergunt, realis, ſi convergunt valore d in primo caſu poſitivo, & in ſecundo negativo, adeoque e contrario valore formulæ ibi negativo hic poſitivo.*

31. Si radii adveniant paralleli, evadit valor d infinitus. Quare contempto n r reſpectu p d, fiet $f = \frac{mrd}{pd} = \frac{mr}{p}$ ſive. p . m : : r . f, nimirum *radius circuli ad diſtantiam foci a ſuperficie refringente, ut eſt differentia ſinuum ad ſinum anguli incedentiæ, eritque focus realis, vel virtualis, prout medium novum fuerit magis, vel minus refringens*, quod congruit cum num. 18, ſi ibi radii paralleli fiant proximi axi.

32. Si valor p fuerit = o, ſinubus m, & n æqualibus. Evaneſcente p d, fiet $f = \frac{mrd}{-nr}$, ſive ob m = n, fiet f = - d, nimirum *focus ibi virtualis, vel realis, ubi punctum divergentiæ, vel convergentiæ, nulla refractione facta.*

33. Si focus debeat abire in infinitum, radiis emergentibus parallelis, debebit eſſe denominator p d - n r = o, ſive p d = n r, & d . r : : n . p, nimirum diſtantia puncti, quod radii reſpiciunt, ad circuli radium, ut eſt ſinus anguli refracti ad differentiam ſinuum.

34. Ex eadem formula facile deduci poſſet, & illud, punctum radians, & focum alternari ita, ut ſi e foco retro radii revertantur debeant abire in illud punctum, ex quo receſſerant. Sed id ſponte fluit ex natura refractionum. Radius enim retro viam relegens eandem ibidem in egreſſu patitur refractionem ad partes oppoſitas, quam habuit in ingreſſu.

35. Perſpectis iis, quæ pertinent ad unicam ſuperficiem, ut gradum faciamus ad globos, & lentes ſatis erit punctum, quod reſpectu primæ ſuperficiei extitit focus, conſiderare ut punctum, ad quod radii convergunt, vel a quo divergunt, prout jacuerit citra ſecundam ſuperficiem, vel ultra. Sed ut generaliſſimè rem pertractemus, ſint in fig. 6 bini arcus M A m, M a m circulares, qui ſibi invicem obvertant cavitatem, ac per
F. 6. eorum centra tranſeat recta P f, quæ dicitur axis. Diſcedant radii P B, P b ex P., & ſit focus primæ ſuperficiei f, ad quem convergant per B f, b f, ac cum ea directione deveniant ad

ad arcum M a m, ubi refracti per D F, d F abeant in focum F.

36. Radius primæ ſuperficiei dicatur r, ſecundæ R, diſtantia, ſive craſſitudo A a dicatur c, diſtantia P A dicatur d, ſinus incidentiæ in primam ſuperficiem m, ſinus anguli refracti n, $m-n = p$: & erit (per num. 29.) $Af = \frac{mrd}{pd-nr}$. Iam pro ſecunda ſuperficie diſtantia illa, quæ in formula generali dicebatur d, erit $aF = \frac{mrd}{pd-nr} - c$, ſed aſſumpta cum ſigno contrario, cum radii convergant; quod ibi erat r, erit hic $-R$, cum cavitas obvertatur radiis incurrentibus; quod ibi erat m jam hic erit n, quod ibi n, hic m; & proinde, quod ibi p, hic $-p$. Subſtituantur igitur in formula $\frac{mrd}{pd-nr}$ hi valores, nimirum valor $\frac{-mrd}{pd-nr}+c$ pro d, $-R$ pro r, m pro n, n pro m, $-p$ pro p. Numerator m r d fiet $-nR\left(\frac{-mdr}{pd-nr}+c\right)$ $= \frac{mndRr-npcdR+nncRr}{pd-nr}$, & ponendum erit $\frac{mprd}{pd-nr}$ $+pc = \frac{mprd-ppcd+npcr}{pd-nr}$; pro p d, ac pro $-nr$ debebit poni m R, ſive (quod eodem redit) reducendo ad eundem denominatorem $\frac{mpdR-mnRr}{pd-nr}$. Habebitur hujuſmodi valor $\frac{mndRr-npcdR+nncRr}{mprd-ppcd+npcr+mpdR-mnRr}$, qui erit valor novæ diſtantiæ F a foci utriuſque ſuperficiei.

37. Si quæratur formula pro globo, in eo erit $R = r$, $c = 2r$. Quare ipſa formula reducetur ad terminos ſimpliciores, nimirum $\frac{mndr-2npdr+2nnr}{mpd-2ppd+2np+mpd-mnr}$, ſive (ſubſtituto pro p valore $m-n$) $= \frac{-mdr+2nr(d+r)}{2p(d+r)-mr}$, vel $= \frac{2nr(d+r)-md}{2p(d+r)-mr}r$. Ea autem formula in vitro, ſi ponatur $m = 3$, $n = 2$, $p = 1$, evadit multo ſimplicior, nimirum

$\frac{4dr+4rr-3dr}{2d+2r-3r} = \frac{dr+4rr}{2d-r}$, ac si in eadem formula praeterea radii adveniant paralleli, facto d infinito, evadit valor $\frac{2ndr-mdr}{2pd} = \frac{2nr-mr}{2p}$, vel factis in vitro $m = 3$, $n = 2$, $p = 1$ habetur $\frac{4r-3r}{2} = \frac{1}{2}r$. Nimirum *si radii ad globum deveniant paralleli, erit, ut dupla differentia sinuum ad excessum ex duplo sinu anguli refracti supra simplum sinum incidentiae, ita radius sphaerae ad distantiam foci a sphaerae ipsius superficie posteriore, & si vitrea sit sphaera, erit radiorum parallelorum focus proximè in distantia dimidiae semidiametri*.

38. Quod si eam formulam numeri 36. libeat applicare ad lentes, in quibus crassitudo c contemnatur; tum vero omissis omnibus terminis, in quibus habetur valor c, habebimus $\frac{mndRr}{nprd+mpdR-mnRr} = \frac{ndRr}{pd(R+r)-nRr}$, quae erit pro omnibus lentibus generalissima formula, in qua r, R radii binarum superficierum, quarum utraque sit convexa, d distantia puncti, a quo radii divergunt, m, n sinus incidentiae, & anguli refracti in ingressu in lentem, $p = m-n$. Quare si altera superficies, vel utraque sit concava ponendus erit alter e valoribus r, R, vel uterque negativus; si altera, vel utraque plana sit, ponendus erit alter, vel uterque infinitus, si radii paralleli sint, vel convergant, ponendus erit valor d infinitus, vel negativus.

39. Mirum, quam multa liceret inde eruere, si formulae ductum liberet sequi, & ad omnes casus applicare. In primis generaliter eruitur illud, *ex utralibet parte obvertatur radiis venientibus lens quaecumque, semper focus erit in eadem distantia ab ipsa*. Nam si primo fiat $r = a$, $R = b$, habebitur $\frac{ndab}{pd(a+b)-nab}$. Si deinde fiat $r = b$, $R = a$, habebitur itidem $\frac{ndab}{pd(a+b)-nab}$, qui valor est prorsus idem, ac praecedens, cujuscumque valoris sint a, & b, sive ambo positivi, sive ambo negativi, sive alter positivus, alter negativus.

40. Deinde si ponamus binas superficies esse sphaericitatis ejus-

ejusdem, evadet formula multo simplicior $\frac{ndr}{2pd-nr}$, quæ, si pro m, & n assumatur in vitro 3, & 2, quæ ratio veræ proxima parum fallit in minoribus lentibus, evadit $\frac{2dr}{2d-2r}=\frac{dr}{d-r}$ unde eruitur sequens theorema, *ut distantia puncti illius, quod radiorum directionem determinat, a centro sphæricitatis jacente citra lentem, si sit convexa, ultra si sit concava, ad distantiam ipsius a lente, ita radius sphæricitatis ad distantiam foci a lente*. Nam si C, & c sint centra binarum sphæricitatum, erit $PA=d$, & erit $CA=r$ in primo casu, $CA=-r$ in secundo, ac PC in utroque, & utravis ex parte jaceat P, erit $d-r$, adeoque debebit esse, ut $d-r$ ad r, ita d ad distantiam foci quæsitam; unde patet, esse verum illud ipsum theorema propositum.

41. Deinde aliud elegantissimum theorema, & utilissimum deducitur ex hujus problematis solutione. Sit lens, quæ habeat binos superficiei radios a, & b utcumque inæquales, & oporteat invenire radium r, quem si lens habeat ex utraque parte, radios ex eodem puncto digressos eodem in loco colliget. Erit distantia foci prioris lentis $\frac{ndab}{pd(a+b)-nab}$ (num. 39.), & posterioris $\frac{ndr}{2pd-nr}$ (num. 40.). Fiant æquales inter se, & multiplicatione utrinque instituta erit $npd^2ar+npd^2br-n^2dabr=2npd^2ab-n^2dabr$. Elisis postremis terminis binorum membrorum, & divisione instituta fit $r=\frac{2npd^2ab}{npd^2a+npd^2b}=\frac{2ab}{a+b}$; unde eruitur $a+b.\ 2a::b.$ ad quartum quæsitum. Habetur igitur hujusmodi theorema, *si fiat ut summa binorum radiorum in lente utrinque convexa, vel utrinque concava, ad duplum alterius utriuslibet, ita alter ad quartum: sive duplum productum ex binis radiis dividatur per summam, ubi conspirant, differentiam, ubi opponuntur curvaturæ, & prodibit radius quæsitus curvaturæ utrinque æqualis, pro lente eundem præstante effectum*.

42. Mirum sane, quanti usus sit hoc theorema in praxi dio-

 ptri-

ptrica. Habes binas patinas pro lentibus convexis, vel concavis, quarum altera est unciarum 40, altera 10. Quæris, si earum ope lentem difformem conficias hinc, & inde, cui lenti utrinque simili ea æquivalebit? Multiplica 40 per 10, habes 400: duplica, habebis 800: divide per summam 50, & habebis 16. Æquivalebit igitur lenti unciarum 16. Patet hinc, quam in satis inæqualibus superficiebus errent, qui medium arithmeticum sumunt, quod hic esset 25 pro 16. Quod si altera sit convexa, altera concava, idem illud duplum productum 800 divide per differentiam, nimirum 30, & habebis $26.\frac{2}{3}$. Idem nimirum obveniet, ac si patina utereris unciarum $26.\frac{2}{3}$ ejusdem speciei, cujus erat illa, quæ prævalebat, quæ erat unciarum 40.

43. Atque hoc pacto si habes patinam pro lente convexa, cujuscumque magnitudinis a, & quæras aliam, vel convexam, vel concavam b, quæ cum ea id præstet, quod lens utrinque tornata ad patinam r: habebis $\frac{2ab}{a+b} = r$. Quare $2ab = ar + br$, & $2ab - br = ar$, $b = \frac{ar}{2a-r}$. *Nimirum productum ejus, quam habes, cum ea, quam quæris, divide per summam, vel differentiam duplæ ejus, quam habes, & simplæ illius, quam quæris, prout contrariæ sunt, vel conspirantes, ac habebis intentum.* Hinc pro longissimis telescopiis meniscos concavo-convexos facile efficies per patinas multo minores, sed satis proximas inter se. Habeas patinam palmorum 10, & ejus ope quæris lentem palmorum 180: duc 10 in 180, habes 1800. Cape summam ex dupla prima 20, & simpla secunda 180, nimirum 200: per hunc numerum divide 1800, & habes 9. Patina convexa palmorum 9. pro vitro cavo conjuncta cum patina cava palmorum 10 pro vitro convexo dabit meniscum æquivalentem lenti utrinque convexæ palmorum 180. Et quidem cum ducendo 9 in 10, habeatur 90, duplicando habeatur 180, dividendo per differentiam = 1, remaneat 180. Patet sane, rite inventum esse, quod quærebatur. Ut hæc regula applicari possit etiam lentibus plano-convexis, concipiatur altera superficies plana, & fiet alter radius, ut b, infinitus. Quare formula $\frac{2ab}{a+b}$ evadet $\frac{2ab}{b} = 2a$. Nimirum si altera superficies sit plana, altera tornata ad lentem, quæ exhiberet foci distantiam quandam utrinque æque curva, æqui-

æquivalebit lenti utrinque æque tornatæ, ſed quæ ad duplam prioris diſtantiam focum haberet.

44. Hæc ingens ſane eſt utilitas in praxi dioptrica. Sed nobis multo majori uſui erit illud, quod in poſterum fas erit loqui de lentibus utrinque æquè concavis, vel æquè convexis. Nam ſi ſint inæquales utcumque, ſtatim invenietur lens, æque utrinque tornata iis æquivalens, & quod de hac in ordine ad focum axi infinite proximorum fuerit demonſtratum, habebit locum in illis. Intereà hic obiter notandum, ſi fuerint plano-convexæ, vel plano-concavæ, eas æquivalere convexis, vel concavis; ſi convexo-convexæ, convexis; ſi concavo-concavæ, concavis; ſi convexo concavæ, æquivalere convexis, vel concavis, prout radius convexitatis, vel concavitatis fuerit minor, quæ omnia ſponte fluunt, a formula illa $r = \frac{2ab}{a+b}$, & hoc poſtremum facile demonſtratur; nam a b erit valoris negativi, & $a+b$ valoris contrarii ei radio, qui eſt minor; unde fit ut $\frac{2ab}{a+b}$ remaneat ejus ſigni, cujus erit is e valoribus a, & b, qui eſt minor.

45. His ita conſtitutis conſideremus jam aliquanto diligentius illam lentem, cujus radius utrinque eſt r, & cujus focus pro diſtantia d habetur (num. 39) ex formula $-\frac{ndr}{2pd-nr}$. In primis ſi concipiamus radios advenire parallelos, facto valore d infinito, habebimus $\frac{ndr}{2pd} = \frac{nr}{2p}$. *Quare erit ut dupla differentia ſinuum ad ſinum anguli refracti, ita radius ſphæræ ad diſtantiam foci radiorum parallelorum*. Hanc diſtantiam impoſterum appellabimus diſtantiam foci lentis intelligentes, niſi quid in contrarium expreſsè caveamus, focum radiorum parallelorum, pro foco lentis. Porro in vitreis lentibus minoribus poterit tuto aſſumi m pro 3, n pro 2, adeoque p pro 1, & $\frac{nr}{2p}$ evadit r. Nimirum radius ſphæricitatis eſt in vitreis lentibus diſtantia foci a lente ipſa, quod in exiguis lentibus accidit quamproximè.

46. In hac formula $\frac{nr}{p}$ patet, ubi lens conſtiterit e mate-

teria magis refringente, quam sit medium circumjacens, ut est vitrum in aere, fore valorem positivum, vel negativum, prout r fuerit valor positivus, vel negativus; nam n erit semper valor positivus, & sic m major, quam n, adeoque p valor positivus. Quare hinc, & ex num. 41 deducitur hoc theorema, *Radios parallelos colligunt ad certum focum lentes omnes utrinque convexæ, omnes plano-convexæ, & eæ concavo-convexæ, in quibus radius convexitatis radio concavitatis est minor. Dispergunt a certo foco lentes omnes concavo-concavæ, omnes plano-concavæ, & eæ convexo-concavæ, in quibus radius concavitatis est minor radio convexitatis.* Focus ille prior, ut supra innuimus, dicitur realis, hic posterior virtualis, *& ille debet jacere ultra lentem, hic citra respectu radiorum advenientium.*

47. Quæramus jam, quæ sit e contrario distantia illa puncti radios dirigentis, qua fit, ut radii emergant e lente paralleli. In formula generali $\frac{n\,d\,r}{2\,p\,d-n\,r}$ ut valor evadat infinitus, oportet sit divisor $2\,p\,d-n\,r=o$. Quare erit $2\,p\,d=n\,r$, & $d=\frac{n\,r}{2\,p}$. Sed $\frac{n\,r}{2\,p}$ est valor foci radiorum parallelorum, ad quem ii convergunt in lentibus convexis, & a quo divergunt in concavis. Igitur deducitur hoc theorema. *Si radii incidentes in lentem convexam divergant ab ejus foco radiorum parallelorum, vel incidentes in lentem concavam convergant ad ejus focum radiorum parallelorum, prodibunt inde paralleli.* Hoc theorema utilissimum erit infra, ubi de telescopiis, pertinet autem ad generalius aliud, quod nimirum focus quivis cum puncto radios dirigente convertatur mutuo ita, ut *is, qui erat focus, vel realis, vel virtualis, jam fiat radios dirigens ante incursum, quo nimirum e contrario divergant, si est realis, ad quod convergant, si est virtualis; id punctum, quod antea radios dirigebat, jam fiet focus, realis si inde divergebant, virtualis, si eo convergebant.* Posset ex eadem formula derivari inveniendo valorem d per r, qui ex ipso eodem modo invenitur, quo d ex r. Sed est per se manifestum, ex illa luminis proprietate generali, quod radius retro viam relegens eodem regreditur, unde advenerat.

48. Consideremus jam omnes positiones distantiæ d, respectu lentis constitutæ in medio minus refrigente prius conve-

vexæ, tum concavæ, & status valoris formulæ $\frac{ndr}{2pd-nr}$ qui ipsis respondent. Si valor d fuerit negativus magnitudinis cujuscumque, formula erit positiva. Nam n, & p sunt in hoc casu semper valores positivi, & r in lente convexa est itidem valoris positivi. Igitur $-nr$ erit valoris negativi; ac posito p valore negativo erit ndr, & $2pdr$ valor negativus, adeoque totus formulæ valor positivus ob signa conformia. Præterea $2pd-nr$ erit divisor major, quam nr, qui solus relinqueret d; adeoque totus $2pd - nr$, in quo tum signa conspirant, relinquet minus, quam d. En igitur theorema. *Quotiescumque incurrent in lentem convexam radii convergentes, convergent itidem ad focum realem, & propiorem lenti, quam fuerit punctum dirigens ante incursum.*

49. Si valor d fuerit positivus, formula erit positiva, infinita, vel negativa, prout fuerit $2pd$ majus, æquale, vel minus respectu nr, sive d respectu $\frac{nr}{2p}$. Vidimus autem superius esse $\frac{nr}{2p}$ distantiam foci radiorum parallelorum. Igitur habetur hoc theorema. *Lens convexa radios, quos divergentes excipit, reddit convergentes ad focum realem, vel parallelos, vel divergentes a foco virtuali, prout distantia puncti divergentiæ magis distiterit a lente, quam focus radiorum parallelorum, vel æque, vel minus.*

50. Quod si quæratur relatio distantiæ puncti dirigentis radios ante concursum a foco radiorum parallelorum, satis est ponere $d - \frac{nr}{2p} = z$, quæ nimirum est ejusmodi distantia; & erit $2pd - nr = 2pz$. Quare formula fiet $\frac{ndr}{2pz}$. Nimirum $z.\frac{nd}{2p}::r.\frac{ndr}{2pz}$. Cum igitur sit z illa distantia puncti dirigentis a foco radiorum parallelorum, $\frac{nd}{2p}$ sit distantia foci parallelorum, r radius, $\frac{ndr}{2pz}$ distantia foci radiorum, quos dirigit d, habebitur hoc theorema. *Ut distantia puncti radios dirigentis ante concur-*

concursum a foco radiorum parallelorum jacente ex ea parte, ex qua radii adveniunt ad ipsam distantiam foci parallelorum a lente, ita radius sphæricitatis ejus lentis ad distantiam foci radiorum quos dirigit punctum illud. Nimirum, sive radii divergant a P, puncto P jacente ubicunque citra lentem, sive convergant ad punctum positum ultra lentem, & ipsum concipiatur alicubi ultra a, assumatur autem A C æqualis distantiæ foci parallelorum, erit P C ad C A 4, ut sphæræ radius ad A f, sive si in vitro libeat uti ratione 3 ad 2, ut focus radiorum parallelorum sit in ipso centro, erit ipsa C A media continuè proportionalis inter P C, A f. Erit autem semper etiam, ubi C non sit centrum, A f negativa contra id, quod figura exhibet, vel infinita, vel positiva, prout P jacuerit inter limites C & A, in C, vel extra eos limites ubicumque sive ad partes C, sive ad partes A.

51. Eodem prorsus pacto, quo consideravimus casus omnes lentis convexæ, determinantur casus omnes lentis concavæ. Solum signa positiva mutantur in negativa, & viceversa. In ea in formula nostra generali $\frac{n\,d\,r}{2\,p\,d - n\,r}$ valor r evadit negativus & - n r positivus, Hinc si d sit positivus, numerator fit negativus, & denominator totus positivus, quare valor formulæ negativus. Si autem sit valor d negativus, numerator quidem evadit positivus, denominator vero negativus, infinitus, vel positivus, prout 2 p d fuerit respectu n r, & d respectu $\frac{n\,r}{2p}$ major, æqualis vel minor. Quare pro iis similia theoremata inferuntur. Lens concava, quæ radios utcumque divergentes excipit, reddit divergentes magis, si autem excipiat convergentes reddit divergentes, vel parallelos, vel convergentes, prout distantia puncti convergentiæ magis distiterit a lente, quam focus radiorum parallelorum, vel æque, vel minus. Et erit etiam hic distantia puncti convergentiæ a foco virtuali ultra lentem sito ad distantiam foci ipsius virtualis, ut radius ad distantiam novi foci a lente, prorsus, ut supra.

52. Et hoc quidem pacto per omnia lentium genera pervagati, quæ maxime notatu digna erant, certo ordine unius formulæ ductu perlustravimus; superest, ut aliquod exhibeamus

speci-

specimen plurium lentium conjunctarum, id fere eodem pacto præstari potest, quo superius ex formula unius superficiei invenimus formulam pro binis superficiebus simul conjunctis in lentem. Sit igitur alterius lentis radius a, alterius b, & focus utriusque conjunctæ simul dicatur u, distantia puncti radiantis a prima lente = d, reliqui valores iidem, ac prius, & posita earum distantia = c, formula erueretur prorsus, ut ibi pro quacumque earum combinatione. Sed contempta distantia c inveniamus, quid consequi debeat a duabus lentibus se contigentibus. Primæ formula ex illa nostra $\frac{ndr}{2pd-nr}$, posito a pro r, erit $\frac{nda}{2pd-na}$. Jam secunda excipiet radios convergentes ad hanc distantiam inventam. Erit igitur ibi $\frac{-nda}{2pd-na}$ pro d, erit autem b pro r, & valor p retinendus erit; nam ibi iterum e medio rariore in densius transitur. Igitur habebitur novus formulæ numerator $\frac{-nndab}{2pd-na}$, & denominator $\frac{-2pnda}{2pd-na} - nb$ $= \frac{-2pnda - 2pdnb + nnab}{2pd-na}$. Quare formula erit $\frac{nndab}{2pnda+2pdnb-nnab} = \frac{ndab}{2pd(a+b)-nab}$, quæ ipsa, si radiis advenientibus parallelis abeat d in infinitum, evadit simplicior $\frac{nab}{2p(a+b)}$, ac si sit m = 3, n = 2, evadit $\frac{ab}{a+b}$.

53. Habetur igitur etiam hic hoc theorema pro casu rationis 3 ad 2 paullo diversum ab illo binarum superficierum, nimirum, *ut summa focorum, si lentes sint ejusdem speciei, differentia, si diversæ ad focum alterius, ita alterius focus ad focum novum*. In binis superficiebus non erat ad simplum; sed ad duplum alterius focum. Eodem autem pacto hic etiam invenietur generaliter idem theorema, comparando formulam nostram generalem $\frac{ndr}{2pd-nr}$ cum hac nova $\frac{ndab}{2pd(a+b)-nab}$. Si eas posuerimus æquales erit $\frac{r}{2pd-nr} = \frac{ab}{2pd(a+b)-nab}$

 adeo-

adeoque $2pdar+2pdbr-nabr=2pdab-nrab$. Hic etiam postremi termini se destruunt. Quare evadit $2pdar+2pdbr=2pdab$, sive $r=\frac{2pdab}{2pda+2pdb}=\frac{ab}{a+b}$, ut prius. Constat igitur, generale esse illud theorema. Ex eo autem conjunctis utcumque quibuscumque binis lentibus inveniri lentem, quæ idem præstet, & patet quocunque ordine disponantur, idem provenire, cum valor $\frac{ab}{a+b}$ sit idem, utervis è binis valoribus dicatur a, vel b. Patet autem & illud, si binæ lentes æquales fuerint, focum dimidiari: patet progredi licere ad tertiam conjungendam cum æquipollenti prioribus binis, & ita porro, neque novit Geometria limites, a cujus tamen cursu præcipiti jam opus est revocare pedem, ut alias etiam regiones quasdam perlustremus, tum ad binarum, & plurium lentium combinationem, hic intermissam regrediamur, ex qua pendent telescopia.

54. In primis huc usque locuti sumus de radiis homogeneis, & de ultimo concursu cum axe radiorum homogeneorum accedentium ad ipsum axem in infinitum. Hinc focum habuimus pro unico puncto. At ex binis capitibus fit, ut radii, qui aliquam superficiei sphæricæ amplitudinem, subeunt, non in unicum punctum colligantur, sed in circellum quendam. In primis, ut a figura sphærica ordiamur, ea non est ejusmodi, ut radios omnes ab unico puncto digressos in unicum itidem cogat, ut ovales illæ, de quibus initio diximus, sed eas curvas perpetuo contingunt, quas causticas appellari supra diximus. Ut casum simplicissimum unius ejusmodi causticæ consideremus ortæ per unicam superficiem sphæricam radiis ad eam delatis directione
F. 5. parallela, sit in fig. 5. lens BAb plano convexa, quæ radiis advenientibus planam superficiem Bb obvertat ad perpendiculum, ut ad superficiem sphericam BAb deveniant irrefracti: focus in axe CA sit f, qui (num. 27.) distabit a superficie intervallo proximè diametri circuli ipsius, sive proxime 2CA. Inde autem habebitur cuspis Dfd duplici arcu fED, fed, quam radii pB, pb æque distantes ab axe refracti per BH, bh, & axi occurrentes in F tangent alicubi in E, & e. Per totum spatium cuspidis Efe habebuntur contactus reliquorum radiorum incidentium in arcus AB, Ab. Illi radii extremi BE,

be

b e aperturæ totius B A b, post contactus in E, & e cum suis arcubus, & concursum in F incurrent in alternos arcus f e d, F E D in I, & i.

55. Jam vero radii omnes per cuspidem E f e traducti nusquam in unico puncto coibunt; sed si excipiantur plano perpendiculari ad axem in H', vel f, vel ubicumque alibi, colligentur in quodam circello habente pro diametro rectas E H' e, h f H, vel alio ejusmodi. Omnium istorum circulorum minimus erit is, qui habebit diametrum I i, ut patet; nam ad partes A se dilatabit cuspis causticæ continens interiorum radiorum contactus; ad partes f se dilatabunt radii illi extremi B H, b h. Ibi igitur habebitur maxima contractio radiorum, qui paralleli advenerint; & eodem pacto idem accidit, si deveniant divergentes a dato puncto, vel convergentes ad datum punctum.

56. Porro Newtonus Opticæ suæ parte 1. lib. 1. prop. 7. affirmat in hoc casu posita diametro sphæricitatis C A = D, semidiametro aperturæ M B = S, sinu incidentiæ ex vitro in aerem I, sinu anguli refracti R, fore diametrum circelli ibi, ubi imago est distinctissima, nimirum utique illam $Ii = \frac{R}{I} \times \frac{S^3}{D^2}$, quod affirmat, se ope seriei convergentis invenisse omissis inferioribus terminis. Erat hìc animus in hunc locum inquirere, determinata natura ipsius ejus causticæ in ipso exortu f E D prope axem, & elementa habebamus omnia ejus investigationis præstandæ per geometricam analysim, ope quorundam theorematum, quæ pertinent ad infinitesimalium methodum, & applicantur quantitatibus exiguis etiam, ac ad quantitates hìc quidem itur ordinis tertii. Sed eam investigationem in alium locum, & aliud tempus distulimus, dissertatione plus æquo nunc excrescente. Utemur autem hìc Newtoniana hac determinatione. Ipse vero & numeros addidit. Invenit enim in lente, cujus diameter curvaturæ E pedum 100, sive unciarum 1200, semidiameter aperturæ, nimirum MB unciarum 2, sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, ut est 20 ad 31, fore diametrum circelli colligentis radios, nimirum $Ii = \frac{31}{3600000}$ partium unciæ.

57. Patet autem ex ipsa formula ob R, & I quantitates con-

ſtantes, eſſe hanc diametrum circelli ut $\frac{I^3}{D^2}$, ſive in ratione compoſita ex directa triplicata ſemidiametri, vel diametri aperturæ, & reciproca duplicata ſphæricitatis.

58. Altera cauſa diſperſionis radiorum eſt diverſa refrangibilitas diverſorum coloratorum radiorum. Suppoſuimus in noſtris formulis eſſe ſinum incidentiæ, vel ſinum anguli refracti, ſive I ad R, vel m ad n in ratione conſtanti. Id quidem verum eſt pro omnibus radiis homogeneis. Sed quivis radius luminis dividitur in innumera radiorum diſſimilium genera, quorum alia majorem, alia minorem refrangibilitatem habent, lege tamen, & nexu quodam conſtanti. Hoſce radios ad ſeptem claſses reducimus, quibus ſeptem primigeniorum colorum nomina præbemus, non quod ſeptem tantummodo ſint, & per ſaltum quendam mutentur, ſed quod ea, quæ minus inter ſe differunt, eodem nomine denotantur, & in eandem ſpeciem computantur. Sunt autem, incipiendo a minimè refrangibilibus, Rubeus, Aureus, Flavus, Viridis, Cæruleus, Indicus, Violaceus.

59. Porro hujuſmodi eſt lex diverſæ refrangibilitatis, ut ſi ſinus incidentiæ communis ſit m, & ſinus anguli refracti rubeorum minimè refrangibilium ſit n, ſinus autem maximè refrangibilium ſit p; differentia ſinuum $m-n$ ad differentiam $m-p$ ſit, ut 27 ad 28. Atque id quidem Newtonus exploravit in pluribus mediis diverſis, & conſtantiſſimè ita ſe habere comperit, ut de hac conſtanti differentiarum ratione dubitare non liceat. Hinc autem, ubi anguli ſunt exigui (qui nimirum ſunt quamproximè proportionales ſuis ſinubus, adeoque eorum differentiæ differentiis ſinuum ibidem proportionales), angulus, quo viam deflectit violaceus color maxime refrangibilis, angulum, quo viam mutat rubeus minimè refrangibilis, excedit parte ſua vigeſima octava, & parte illius vigeſima ſeptima.

F. 7 60. Concipiantur jam in fig.7. radii P B, p b, qui per refractionem dividuntur in radios diverſorum colorum. Extremi violacei magis inflexi abibunt per B H, b h interius, & axem citius ſecabunt in F, extremi vero rubei abibunt exterius per B I, B i, qui ſecabunt ſerius axem in f, & priores radios b h, BH alicubi in I, i. Angulus I B i, vel I b i, erit pars vigeſima

octava

octava ejus anguli, quem BH contineret cum PB producto, quæ nimirum est tota inflexio per refractionem in radio violaceo, si PB fuerit accuratè, vel, ob immanem distantiam puncti P, uti solet esse in telescopiis, fuerit ad sensum parallela PAF. Nam angulus ille inflexionis erit BFA, cujus alternus est is, quem PB productus continet cum PF. Quare erit Fpf $\frac{1}{28}$ ipsius BFA, adeoque, & ejus sinus $\frac{1}{28}$ sinus hujus, sive sinus BFf, qui est ejus complementum ad duos rectos. Hinc & Ff erit $\frac{1}{28}$ Bf, sive af, & $\frac{1}{27}$ aF. Quare si excipiantur ii radii in f, occupabunt circellum, cujus diameter Hfh esset $\frac{1}{27}$ aperturæ Bb, cum sit Bb ad Hh, ut AF ad Ff, contempta crassitudine lentis. In F esset $\frac{1}{27}$ ipsius Bb; adeoque si excipiatur in medio in Ii, ubi patet minimum fore circellum, & Ii mediam inter diametrum Hh, & diametrum, quæ responderet puncto F, fere æquales, debebit esse proximè $\frac{1}{55}$ ipsius aperturæ Bb.

61. Quare hinc eruitur hujusmodi theorema. Radii ex omnibus coloribus compositi, si adveniant paralleli ad lentem quamcumque, uniuntur in continua serie focorum ita, ut distantia foci rubeorum extremorum a distantia foci violaceorum ab ipsa lente sit, ut 27 ad 28. Ubi autem maxime coeunt, occupant circellum, cujus diameter est quinquagesima quinta pars diametri aperturæ ipsius lentis.

62. Newtonus quidem profert ibidem theorema, quo determinat in eo circello rationem densitatis luminis, quæ in accessu ad centrum augetur in infinitum; licet deinde, cum & circelli, quorum semidiametri decrescunt in infinitum, decrescant infinities in infinitum, quantitas luminis contenta circello decrescente in infinitum, etiam ipsa in infinitum decrescat. Totam hanc rationem decrementorum ejusmodi, & incrementorum accuratè demonstravimus in nostra dissertatione de Lumine anni 1748. parte 2. Considerat præterea quanto mi-

nus

nus vividi ſint violaceus, indicus, cæruleus, & vero etiam extremus rubeus reſpectu flavi, & aurei, ac partis viridis, & rubei ipſis conterminæ, unde in eadem propoſitione circellum, qui lumen contineat ex hoc capite diſperſum, ubi minimum ſpatii occupat, reducit ad $\frac{1}{250}$ aperturæ lentis.

63. Inde duo conſequuntur, quorum nobis erit uſus inferius. Primo quidem diametrum circelli recipientis expanſionem luminis ortam a diverſa refrangibilitate eſſe in ratione ſimplici ſolius diametri, vel ſemidiametri aperturæ, ad quam habet rationem certam, dum diameter erroris orti a figura ſphærica eſt in ratione compoſita ex directa triplicata ejuſdem ſemidiametri, & reciproca duplicata diametri ſphæricitatis. Deinde conferendo in illa lente pedum 100 errorem primum cum ſecundo, ſi aſſumatur tota coloratorum radiorum expanſio, fore hunc ad illum, ut $\frac{31}{3600000}$ ad $\frac{4}{55}$, cum nimirum 4 unciarum fuerit diameter aperturæ, & ejus $\frac{1}{55}$ aſſumi debeat, adeoque ut 1 ad 8151. Si autem reſtringatur primus error ad $\frac{1}{250}$ partem aperturæ fore hunc errorem ad illum, ut $\frac{31}{3600000}$ ad $\frac{4}{250}$, ſive ut 1 ad 1826, exceſſu enormi ſane.

64. Affirmat itidem Newtonus ibidem, malo provenienti a figura ſphærica poſſe adhiberi remedium aliqua ex parte in-

F. 8 cludendo, ut in fig. 8. intra binos meniſcos vitreos concavo-convexos, & conjunctos B b, lentem aqueam D d errore, quem figura ſphærica parit imminuto eo pacto, quod quidem accurate demonſtrari poteſt. Immo etiam inveniri poteſt continua ſeries denſitatis a centro globi ad circumferentiam, quæ efficiat ut globus radios homogeneos omnes a certo puncto digreſſos in unico puncto colligat. Eodem pacto includendo aquam binis meniſcis, cenſuit Eulerus poſſe occurri & alteri malo orto ex diverſa refrangibilitate diverſorum filorum coloratorum, quem in finem cenſuit naturam in oculo 4 refractiones voluiſſe in ingreſſu in corneam, in ingreſſu in humorem aqueum, tum in chryſtallinum, ac demum in vitreum. Præſcripſit autem, & ſu-

& superficierum curvaturas, sed res & Londini, & Parisiis, & alibi tentata vanam elusit spem.

65. Angustiæ quidem dissertationis cogunt omnes hasce disquisitiones hic omittere cum iis, quæ pertinent ad causticas, & in alium reservare locum. Interea tamen illud notabimus, si quidam radius rubeus adveniat axi parallelus versus extremam partem lentis compositæ per pG, tum inflectatur introrsum per GO, tum extrorsum per Oo, & iterum extrorsum per og ac demum introrsum per gf, fore utique alium etiam radium violaceum aliquem ex allapsis eadem illa directione, qui prodibit ex g. Is parum admodum diversum iter habere potest intra lentem, adeoque debet appulisse ad punctum satis proximum ipsi G, adeoque habuisse fere eandem inclinationem in ingressu, & proinde semper inflexisse iter suum ita, ut $\frac{1}{28}$ totius flexus sui parte inflexerit magis, quam rubeus. Quare summa flexionum radii rubei, computatis oppositis more negativorum in summam, quæ quidem erit angulus gfa, erit $\frac{1}{27}$ sui parte major, quam summa omnium flexionum radii violacei gF, nimirum quam angulus gFa, adeoque eorum differentia Fgf erit itidem $\frac{1}{28}$ majoris, & Ff $\frac{1}{28}$ af, & $\frac{1}{27}$ AF. Quare in lentibus ea methodo omnino haberi non potest sperata erroris correctio procedentis a diversa refrangibilitate colorum.

66. In lentibus huc usque consideravimus radios ita delatos, ut punctum eos dirigens sit in axe, qui utrique superfice, perpendicularis est. Axis enim lentis cujuspiam dicitur recta linea, quæ per utriusque centrum transit, ut in fig.*6* recta Pf, *F. 6*
quæ transit per C, &c. Ibi definitur focus radiorum primæ superficiei, qui pariter in ipso remanet axe, tum eodem pacto focus secundæ superficiei in axe eodem itidem. Videndum nunc, quid accidat ubi radii deveniunt directione ad axem inclinata, vel puncto dirigente extra axem sito. Eo casu oporteret concipere rectam illam, quæ a puncto radiante (ut hunc casum adhibeamus radiorum divergentium, a quo ad cæteros parallelorum, vel convergentium facilis est transitus) ducitur ad centrum primæ superficiei, & ope solutionis generalis initio expo-

sitæ

sitæ habita ratione distantiæ puncti, in quod incidit radius in sphæricam superficiem, ab hac recta, quam concepimus, definire focum primæ superficiei pro illo radio, tum ab hoc foco concipere rectam, quæ tendat ad centrum secundæ superficiei, quæ jam alia esset ab illa priore, & hujus ope eadem methodo ipsius superficiei focum, sive focum lentis totius determinare. Sed ea investigatio multo est operosior.

67. Est autem alia multo brevior, & pronior via saltem pro directionibus non ita multum ab axis directione diversis, & punctis non ita multum distantibus ab axe. Nam primo quidem facile percipitur, in circulo focum radiorum incidentium in fig.3. in arcum Ii non ita remotum a puncto A ad eandem fere distantiam haberi debere a superficie ipsius, ad quam habetur focus radiorum incurrentium circa A. Inde autem facile eruitur focum radiorum, qui deveniunt a puncto parum distante ab axe lentis, debere a lente tam in prima, quam in secunda superficie haberi fere ad eandem distantiam, ad quam habetur focus radiorum advenientium ex puncto axis. Quare e superiore illa theoria superioris numeri jam habemus, radios etiam ejusmodi incurrentes in lentem, coire debere in foco aliquo, post transitum per utramque superficiem, & ipsum pro puncto non ita multum distante ab axe debere ad eandem ad sensum distantiam haberi a lente. Hinc si unius cujuspiam ex ejusmodi radii, cujuscumque viam post egressum e lente invenerimus, & habuerimus jam distantiam foci pro radiis advenientibus ab axe, innotescet etiam is locus, ad quem reliqui tendunt, & in quo colliguntur.

F. 3.

68. Porro admodum facile est unum ex ejusmodi radiis definire. Licet enim in eo casu nullus habeatur radius, qui a refractione aliqua penitus immunis sit, qui enim in prima forte non habeat incidens in lentis latus ad perpendiculum, habebit in secunda; adhuc tamen est semper aliquis, qui binas habeat refractiones contrarias, & æquales, ac post egressum e secunda superficie habeat directionem eandem, quam habebat prius, nimirum via priori viæ parallela incedat. Concipiatur enim in fig.9., axis lentis Cc traductus per centra binarum superficierum, quibus occurrat in A, & a, & si curvaturæ æquales sunt, secta Aa bifariam in I, ducatur per I quævis recta HIh, quæ occurrat superficiebus ipsis in P, & p; ducanturque

F. 9.

ex

ex centris C, c rectæ CPE, Cpe, & fiat angulus EPM ad partes PH, cujus sinus ad sinum anguli EPH sit, ut sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, ac recta MP producatur usque ad Aa in O, tum capta Io, æquali IO, ducatur ad partes oppositas opm, & demum cpe.

69. Patet primo radium, qui deferatur per MP in angulo incidentiæ EPM, debere post refractionem in prima superficie factam progredi per PI, ut angulus CPI refractus æqualis ad verticem sit angulo EPH. Patet itidem figuram omnem infra BIb prorsus similem, & æqualem esse figuræ supra, adeoque eodem argumento patet, radium, qui deferretur per hp, debere refringi per pI, adeoque radium PI progressum per Ip debere progredi per ah; ac demum ob triangula IOP, Iop æqualia rectas OPM, opm parallelas esse; ac proinde radius MP ingressus per Pp, egressusque per pm, post binas refractiones abibit per rectam parallelam ei rectæ, per quam devenerat. Et quidem si declinatio DQM radii advenientis ab axe fuerit exigua, facile definitur positio punctorum O, o, quorum alterum respicit radius adveniens, alterum radius discedens, quæ quidem eadem erit ad sensum pro omnibus radiis non ita multum inclinatis ad axem. Si enim concipiantur radii digressi ex I, & refracti a superficie Bab per pm, erit focus ipsorum virtualis o, àc in illa formula $f = \frac{mrd}{pd-nr}$, erit $oa = f$, $Ia = d$, $ac = r$, sed ob crassitudinem lentis exiguam respectu radii, erit d valor per quam exiguus respectu r, adeoque contempto pd respectu nr, habebitur $\frac{mrd}{-nr}$, sive $\frac{-md}{n}$. Nimirum erit ut n ad m, in vitro proxime ut 2 ad 3, ita $Ia = d$, ad $ao = f$. Continebit igitur Io trientem Ia, & Oo trientem totius crassitudinis Aa, cujus reliqui trientes erunt ao, AO.

70. Jam vero utcumque punctum P sit proximum, vel remotum a puncto A semper habetur parallelismus MP, pm. Quare *in lente utrinque æque convexa e radiis cum quavis directione advenientibus ad primam superficiem, est semper aliquis, qui egressus e secunda habet eandem directionem, quam habebat ante allapsum ad primam, & si inclinatio ad axem sit exigua, radius ejusmodi est is, qui dirigitur ad finem primi trientis*

 craf-

crassitudinis lentis ipsius, qui quidem dum egreditur, respicit finem secundi trientis, tanquam si ex ipso egressus esset. Porro hoc theorema facile applicatur lentibus utrinque æque concavis, & lentibus quibuscumque utcunque diversas habentibus superficies applicari itidem potest, sed & demonstratio, & punctorum O, o determinatio est operosior, ac fere omnino in re quidem præsenti inutilis. Cum enim crassitudo lentis ponatur non ita magna, & multo magis cum inclinatio radiorum ad axem ponatur exigua; & distantia obliqua binarum parallelarum O o erit exigua, & in immensum minor erit distantia earundem perpendicularis. Quare poterunt sine ullo errore sensibili illæ duæ rectæ haberi pro unica, quæ per dimidiam lentis crassitudinem transeat. Ac proinde utemur in posterum hoc theoremate proximè vero. *Radius oblique adveniens ad lentem cum directione tendente ad mediam ejus crassitudinem, haberi potest pro irrefracto, & in eo habetur focus radiorum egressorum ab eodem aliquo communi puncto cum ipso, vel ipsi parallelorum, vel tendentium ad communem focum, qui est in distantia æquali distantiæ foci radiorum, quos dirigit aliquod axis punctum*.

71. Hinc autem jam facile patet, quid accidat in lentibus vel utrinque concavis, sive focus virtualis sit, sive realis. Exhibet fig. 10 lentem utrinque concavam, ad quam sagitta DE radios transmittit ita, ut punctum medium P axi respondeat. Ejus focus virtualis erit in p ipsi lenti propior, quem determinabit formula superius pro lentibus proposita, nimirum $\frac{2dr}{2pd-nr}$. Si autem ab extremis punctis per mediam crassitudinem I lentis ipsius ducantur rectæ lineæ DI, EI, in iis in d, & e ad eandem ad sensum distantiam Ip habebuntur foci omnes virtuales eorundem extremorum punctorum, in intermediis intermediorum, & radii e lente ejusmodi prodibunt, tanquam si sagitta DE esset in de, nec ulla haberetur lens intermedia.

F. 11. 72. Quod si lens sit convexa, ut in figura 11, ac distantia sagittæ DE fuerit ejusmodi, ut realis habeatur focus puncti P in p, ductis itidem rectis EIe, DId per mediam lentem ultra ipsam ad distantiam ipsi Ip ad sensum æqualem, habebitur series focorum dpe situ inverso posita, in quo inversa exhibebitur sagittæ imago. Ea quidem in medio circa axem erit maxime distincta, tum eo minus, quo magis discedtur a medio,

dio, nam errores, qui a figura potiſſimum pendent, quo magis a medio receditur, eo creſcunt magis; licet ii, qui a diverſa pendent refrangibilitate; non ita multum augeantur, aucta etiam non ita parum inclinatione, quorum omnium accuratas determinationes ſectari infinitum eſſet; licet ex illa prima noſtri problematis ſolutione id ipſum in poteſtate omnino ſit.

73. Porro quod diximus de foco virtuali lentis concavæ, facile transfertur ad focum virtualem lentis convexæ, ubi ea ipſum habet, ob nimis exiguam diſtantiam puncti radiantis, & viceverſa. Dicamus objectum reale id, unde radii revera diſcedunt a ſingulis ejus punctis, objectum virtuale id, ad cujus ſingula puncta ſinguli radiorum tendunt manipuli, contra vero imaginem realem ſeriem focorum realium, ad quos poſt lentem tendant iidem illi manipuli radiorum, imaginem virtualem ſeriem focorum virtualium, quos retro reſpiciunt manipuli ipſi; & data lente, ac loco objecti, invenietur imaginis diſtantia, & ſitus, ac ſpecies eodem modo, quo dato puncto dirigente radios ante concurſum, nimirum puncto divergentiæ, vel convergentiæ invenitur focus per ſuperiores formulas. Magnitudo autem imaginis vel virtualis, vel realis invenitur, ducendo a punctis objecti extremis rectas per mediam lentem, quæ in imaginis mediæ diſtantia totam ipſius imaginis magnitudinem exhibebunt.

74. Inde autem facile definietur motus omnis imaginis ex motu objecti, ut in fig. 11, ſi objectum DE ſit nimis proximum lenti convexæ Bb, nimirum diſtet minus ejus foco radiorum parallelorum, imago erit virtualis; ſi ſit in ea diſtantia, abibit in infinitum; ſi diſtet magis, evadet imago realis, quæ eo magis accedet, quo magis objectum diſtabit; pro qua lente, ſi objectum concipiatur infinitè diſtans, imago erit realis in diſtantia foci radiorum parallelorum; ſi ipſum objectum ſit virtuale, erit imago realis adhuc lenti propior. At in lente concava, ſi objectum fuerit virtuale, & propius lenti, quam ab ea diſtat focus ejus virtualis radiorum parallelorum, imago erit realis, poſita ultra eum focum, quæ eo magis recedet, quo objectum virtuale accedet magis ad focum illum; abibit in infinitum, ubi objectum virtuale ad illum focum devenerit; fiet imago virtualis, ubi objectum virtuale diſtiterit adhuc magis, & eo magis accedet ad lentem, quo magis objectum virtuale ab ea recedet;

quod si concipiatur in infinita distantia, imago virtualis erit in foco virtuali ceteriore radiorum parallelorum; si autem ipsum objectum fuerit reale, imago erit virtualis lenti adhuc propior, ad quam eo magis accedet, quo magis accedet illud.

75. Hæ quidem sunt omnes mutationes loci imaginis ortæ ex mutatione loci objecti. Quod si concipiamus mutari curvaturam lentis ipsius, manente objecti loco, facile ex eadem generali formula deducitur mutari locum imaginis, & quidem ita is mutatur, ut crescente curvatura lentis convexæ, decrescat distantia a lente imaginis, si ea realis sit; & crescat, si virtualis: contra crescente curvatura lentis concavæ, decrescat distantia imaginis virtualis, crescat distantia imaginis realis. In quavis autem positione imaginis, & objecti patet illud, diametrum veram objecti, ad diametrum imaginis fore, uti est distantia ima-
F.10. ginis a lente ad distantiam objecti a lente, nam in fig. 10, &
11. 11 potest in exigua ab axe distantia focorum series d p e haberi pro rectilinea, & triangula D I E, d I e pro similibus, adeoque est d e ad D E, ut I p ad I P. Ea ipsa ratio facile eruitur e formula; erit enim, ut $\frac{n d r}{2 p d - n r}$ ad d, sive ut n r ad 2 p d - n r, vel in vitreis lentibus in quibus proxime n = 2, p = 1, erit proxime, ut r ad d - r, quæ expressio est admodum simplex.

76. Hisce expositis, jam facile fit gradus, ad considerandum ipsum oculi organum, quod nobis a natura est datum ad
F.12. visionem habendam. Ejus formam exhibet fig. 12. Refert quendam veluti globum cavum, in quo posteriorem partem G p g convestit schlerotica solidior alba, cui ex interiori parte adjacet chorois nigricans, & retina satis diaphana. In anteriori parte prominet nonnihil uvea G O o g nigricans, & cum choroide continuata, ac in ejus medio habetur rotundum foramen, quod dicimus pupillam. Convestit autem uveam, & prætexit pupillam cornea tunica schleroticæ adnexa, solida quidem, sed pellucida. Pendet e regione pupillæ suspensa per processus ciliares G B, g b chrystallina lens B b, inter quam, & uveam est humor aqueus, humor autem vitreus ab ipsa ad fundum oculi.

77. Sit extra oculum objectum D P E. Radii, per foramen pupillæ immissi, a lente christallina B b detorquentur ita, ut imaginem in quadam distantia exhibeant, quæ quidem distantia est ali-

aliquanto minor ob curvaturam corneæ, in cujus utraque superficie radii intorquentur nonnihil introrsum; unde fit, ut ad lentem chryſtalinam deveniant jam aliquantulum convergentes. Ita autem oculi ſani comparati ſunt, ut objectorum in medioeri diſtantia poſitorum imago pingatur in ea diſtantia, in qua eſt fundum oculi, R p, & in retina, & in choroide, nam per retinam radii tranſeunt, & tam exigua eſt ejus craſſitudo, ut diſtinctio imaginis in ingreſſu in eam, & in egreſſu ſit fere eadem.

78. Plurima autem hic occurrunt notatu digniſſima. Primo quidem pro varia objecti diſtantia imago, ad maximam diſtinctionem redacta, ad variam diſtantiam pingitur ab eadem lente, nimirum objectorum remotiorum imago propius, proximorum remotius. Quamobrem ii, qui optimo viſu pollent, & objecta proxima, ac remota æquè diſtincte vident, vel habere debent facultatem admovendi lentem chryſtallinam B b fundo oculi, vel etiam immutandi figuram ipſam ejuſdem chryſtallinæ lentis efficiendo, ut ubi objecta ſunt proxima, turgeat magis, ubi remota minus, quæ mutatio figuræ videtur omnino neceſſaria, cum fieri non poſſit, ut tantum accedat, ac recedat lens ipſa ab oculi fundo, quantum oporteret in oculis quorundam, qui optime diſcernunt, & proxima admodum, & remota objecta.

79. Ii, qui tantam mobilitatem non habent, ita diſpoſitam habent lentem chryſtallinam, ut in certis diſtantiis objecta videant diſtincta, in aliis autem confuſa. Unde confuſio naſcatur, facile eſt agnoſcere. Si nimirum radii digreſſi ab uno puncto objecti circellum non ita exiguum occupent; patet, circellos ad diverſa objecti puncta pertinentes debere ſibi invicem ſuperponi. Eæ partes objecti, quarum radii ſuperponuntur, confundantur in imagine, neceſſe eſt, & quo majores ſunt partes, quarum extrema confunduntur, eo minor eſt objecti diſtinctio. Quoniam vero, quo majores communium objectorum partes confunduntur, eo plura ſunt colorum genera pertinentia ad diverſas ipſarum partium particulas, idcirco in imagine ejuſmodi habetur continua quædam colorum permixtio, quæ nebulam, & caliginem parit. Porro ſive radii excipiantur ante ſitum minimi, vel poſt, nimirum in fig. 5, vel ante I i, F. 5.
in E e, aut citra, vel poſt H h, aut ultra; circellus, per quem ra-

radii ab unico objecti puncto delati dividuntur crescit, & habetur ea, confusio, de qua diximus.

80. Porro si lens chrystallina plus turgeat, quam par est, objectuum satis remotorum imago distincta pingitur ante, quam deveniant radii ad fundum, & objectorum propiorum imago remotior pingitur in ipso fundo; si vero minus turgeat, quam par est, objectorum propinquorum imago requirit majorem distantiam, quam habeat oculi fundum; unde fit, ut prius incurrant radii in ipsum, quam uniantur. Hinc illi quidem admovent oculis librum, ut legant, hi vero removent, quantum possunt. Priore vitio qui laborant, myopes dicuntur, qui posteriore vitio, dicuntur præsbytæ. Utrumque autem vitii genus facile nunc quidem habet remedium, toti olim antiquitati incognitum. Specilla adhibentur pro primo vitio concava, pro secundo convexa. Illa radios divergentes reddunt, hæc convergentes, ante quam in oculum incurrant, & nimium lentis chrystallinæ tumorem corrigunt, vel nimis exiguum supplent. Unita cum ipsis lentibus chystallinis specilla, id præstant, quod supra de binarum lentium conjunctione diximus.

81. Potest & aliud esse vitium lentis chrystallinæ, ut figuram habeant minus accuratam, & minus politæ sint, quo casu confusio inde oritur, ut etiam si e pluribus superficiebus ad se invicem inclinatis constaret, eodem unico oculo multiplicatum appareret objectum; nec ei malo ullum Optica remedium afferre potest, nisi forte Medicina ita succos corrigat ad nutritionem necessarios, ut debita lenti ipsi forma, quam exposcit natura, restituatur.

82. Præterea notandum diligenter est, qua directione objectum appareat, quæ sit magnitudo imaginis, dispositio, claritas. Punctum objecti, quod respondet axi oculi, ut P in hac
F.12. ipsa fig. 12, focum habet in ipso puncto p, in quo axis ad fundum devenit. At puncta lateralia objecti E, & D, ut innotescat, ubi debeant pingi in fundo oculi, ducere oportet per punctum illud R circa mediam lentem assumptum juxta num. 70 rectas D R d, E R e, quæ, ubi incurrunt in oculi fundum, ibi definiunt loca imaginum eorum punctorum. Interea si ipsa satis distent a medio, ut figura exhibet, incurrent in uveam in A a, nec per pupillam transibunt. In eo casu nullum e radiis ab ejusmodi objecti puncto delatis ad lentem chrystallinam, ex ip-

ipsa prodibit cum directione, cum qua delatus est, sed incurrent in lentem radii tantummodo clausi rectis E O B, E o H, qui deinde inflectentur ad punctum illud e, ad quod radius fere irrefractus deveniret. Directionem itaque, secundum quam jacet objecti punctum, determinat non directio radiorum, qui verè appellunt ad oculi fundum, non directio percussionis, qua oculi fundum feriunt, sed directio earum imaginariarum rectarum, a quibus pendet magnitudo imaginis, & punctum ejusdem objecti puncto respondens. Id maxime notandum, ubi quæritur, cur, quæ in oculo pinguntur inversa, videamus directa. Nam imaginem quidem d p e, patet, situ inversam esse respectu objecti D P E, ut quæ in objecto superiora sunt, in oculo inferiorem teneant locum. Cartesius censuit, cum aliis multis, rem explicari posse per id, quod anima referat objecta ad illa puncta, quæ respiciuntur a radiis, qui in humore chrystallino decussantur, exemplo cæci, qui baculis decussatis sinistra manu urgent dexterum objectum, & norunt non sinistrum esse, sed dexterum. At ii videant, quid ad hanc difficultatem respondere possint, cum radii B e, H e in longe alia directione adveniant, quam in ea E R e, in qua objectum jacet. Et quidem in ipsis radiis, qui ex puncto axis P prodeunt, cum alii aliis directionibus adveniant in p, per P p, M p, m p, confusio maxima nasceretur, si ex percussionis directione de objecti situ judicandum esset.

83. Censemus itaque, solum constantem ordinem, quo obiectorum partes in diversis fundi oculi punctis pinguntur, rem omnem efficere, quod potissimum dicendum est, si anima non ibi, sed in cerebri parte aliqua perceptiones habeat obiectorum. Nimirum nos imaginem ipsam, quæ in oculo nostro fit, non videmus reflexè, sed per eam videre dicimur obiecta externa. Fit impressio a lumine in fundi fibrillas. Eæ continuationem habent per opticum nervum usque ad cerebrum, ubi eodem ordine debent disponi, quo in oculo steterant, licet positio mutari utcumque possit, dummodo non perturbetur ordo seriei. Per hasce continuationes tremor ad cerebrum propagatur, vel per ipsam fibrillarum substantiam (quas quidem elasticas esse sane constat, cum in ipsis nostris crassioribus nervis elasticitatem experiamur, quos, si per vim de sede sua digitis removeamus, digitos ipsos urgent, & sibi relicti se statim restituunt), vel per inclusum vaporem. In cerebro percipit anima motum. Ea obie-

cta,

cta, ex quibus motus in certa cerebri parte est factus, respectu aliorum, ex quibus est factus in alia, vocavimus dextera, ac illa alia sinistra, in quibus ipsis cerebri partibus fit motus per oculum, ubi tuemur eam manum, quam dexteram diximus, vel sinistram; ac idem dicendum de sursum, & deorsum. Nihil ibi facit directio, cum qua radii advenerunt in oculum, quam directionem vix Optici norunt, & quæ tam varia est. Omnia præstat locus imaginis definitus a recta imaginaria, quæ ab obiecti puncto per mediam chrystallinam lentem ducitur ad fundum oculi, & constans ordo, quo ejusmodi imagines primum in oculo disponuntur, tum ad cerebrum transmittunt motum.

84. Atque hic illud etiam notandum maxime; ut binis oculis unicam obiecti imaginem percipiamus, solam id efficere dispositionem fundi oculi, & fibrillarum per binos nervos opticos tendentium ad cerebrum, una cum recta collocatione chrystallini respectu ipsius fundi. Si enim utraque chrystallina lens directe appensa sit ante medium fundum oculi, & fibræ ab externo latere dextero oculi dexteri uniantur vel ante adventum ad cerebrum, vel in ipso appulsu ad cerebrum, cum fibris provenientibus ab interno dextero latere oculi sinistri, & ita porro, sit autem utrumque fundum oculi prorsus æquale & simile, ac nos utriusque oculi axem convertamus in idem obiecti punctum, vel in idem punctum satis proximum obiecto, pingentur quidem in binis oculis binæ imagines, sed pingentur in partibus fundi, quæ sibi respondent, nimirum vel utrobique in axe, vel utrobique ad eandem ab axe distantiam, & plagam, & motus ob illam fibrarum conjunctionem ad eandem cerebri partem deferetur, ac unica habebitur perceptio, quam ejus phænomeni causam assignavit Newtonus. Ubi illud sane mirum, debuisse fundum oculi, & opticos nervos Naturam effingere longe aliter, ac omne reliquum corpus. In manibus, in pedibus, in vultu, in ipsa oculorum conformatione, unius parti extimæ sinistræ respondet alterius pars itidem extima, & idcirco dextera. At hic debuit omnino extimæ unius, intima alterius respondere.

85. Quod si vel vi digitis illata, vel vino, vel morbo aliquo fiat, ut lens aliam habeat positionem respectu fundi oculi, illico binæ imagines percipiuntur, & motum lentis intra oculum consequitur motus apparens in obiecto, quia pingitur ejus ima-

imago in fundo in alia parte in alio oculo non homologa. Pariter si nos moveamur cum omnibus circumjacentibus corporibus, ut in navi, motum non percipimus, quia imago pergit pingi in eadem parte fundi oculi, & in eadem cerebri parte motus excitari.

86. Hæc quidem de directione, & positu, jam de magnitudine imaginis. Magnitudo e d pendet ab angulo e R d, & distantia R p. Quoniam autem distantiam ipsam R p, quæ a forma oculi pendet, habemus pro constanti, hinc magnitudinem apparentem metimur ab angulo e R d, cui respondet angulus P R E, quem efficiunt binæ rectæ ductæ a binis extremis punctis obiecti ad medium circiter chrystallinæ nostræ lentis in oculo. Is igitur angulus magnitudinem apparentem metitur. Hinc & Planetarum eas, quas apparentes diametros dicimus, eodem metimur angulo. Sit in fig. 24 Planetæ centrum C, Observator in A. Ductis tangentibus A B, A D, tum semidiametro C B, & diametro DCH, diameter quidem Planetæ, vera est D C H, diameter apparens dicitur angulus B A D, qui etiam, productis rectis A B, A C, A D in cælum in E, I, F, determinat magnitudinem arcus cælestis I E, I F intercepti a semidiametris Planetæ C D, C B. Cum autem sit, ut A C ad C B ita sinus totus ad sinum semidiametri apparentis C A B, remanet sinus ipse, ut semidiameter vera directè; & distantia A C reciproce; cumque ii anguli exigui sinubus suis sint proportionales, generaliter effertur in Astronomia, esse semidiametrum, vel diametrum apparentem, ut est diameter vera directè, & distantia reciproce, ac si ex hisce tribus dentur duo; tertium facile invenitur. F.24

87. At hæc, quæ de vera imaginis intra oculum, & apparenti obiecti magnitudine diximus, correctione indigent, exigua quidem, & quæ, ubi magnitudines apparentes majores sunt, rem parum perturbat; sed, ubi sunt exiguæ, turbationem inducit maximam, & homines etiam doctissimos aliquando ad paralogismos deduxit. Nam aberratio ex pluribus capitibus orta imaginem in oculi fundo nonnihil auget.

88. Primo quidem concipiamus filum unicum luminis lineare indivisibile (nullum quidem est ejusmodi, sed licet id mente confingere), deferri ad unicum punctum fundi oculi. Si id in unicum illud unius fibrillæ punctum ageret, illam concuteret

totam, & validior incursus in unicum ejus punctum potest in ea inducere motum majorem, quam plures minores impulsus facti in plures ejus particulas. Quare si a magnitudine fibrillæ motum accipientis, & ad cerebrum transmittentis pendet magnitudo ejus partis in cerebro, in qua motus percipitur, & cui magnitudo imaginis obiecti adscribitur, crescet hoc ex capite imago illa, nec erit punctum unicum imago.

89. Deinde luminis radii agunt in corpora in aliqua etiam distantia. Quare filum lineare luminis motum imprimet spatiolo cuidam jacenti circa punctum, ad quod dirigitur, quo iterum distenditur apparens puncti imago.

90. Tertio illud filum ad oculum defertur per aerem, qui vapores habet continuo motu agitatos. Hinc nonnihil de directione sua perpetuo detorquetur. Ea deflexio efficit, ut illud ipsum lineare filum jam ad aliud deferatur in oculi fundo punctum, jam ad aliud, & pungat, ac vellicet omnia puncta spatioli cujusdam, temere hac illac celerrime per ipsa excurrendo. Ea vellicatio sensum continuum excitabit toti illi spatio respondentem, durantibus nonnihil præcedentibus impressionibus, ut ubi carbo accensus celeriter in gyrum agitur, continuus apparet lucidus circulus.

91. Quarto ab unico etiam objecti puncto non defertur ad oculum filum unicum luminis, sed fasciculus filorum, qui per omnem pupillam O o, ingrediuntur. Jam id imaginem auget triplici ex capite. Primo quidem forma lentis chrystallinæ nunquam a Natura efformatur ita perfectæ figuræ, & perpolita, ut par esset. Vitium aliquod ubique cernimus, & in rebus extra nos positis in frondibus, in malis, ac pyris, in salium concretionibus, ubique demum. In nobis ipsis, in vultu, in manuum forma, ac pedum, quantum homines a se invicem differunt, quantum peccat Natura, ob causas plurimas, quæ nutritioni se immiscent, quæ impressiones multiplices faciunt? Erit aliquid in quavis etiam lente chrystallina erroris itidem in ejus forma, in ejus suspensione, in distantia a fundo oculi. Porro jam inde error aliquis habebitur semper, & quidem sæpe non ita exiguus. Secundo loco licet forma accuratissima esset, tamen nulla figura radios homogeneos colligit in unico puncto, sed aberrationem illam parit, quam vidimus in fig. 5. Tertio demum multo majorem errorem secum trahit diversa refrangibilitas radiorum,

rum , qua fit , ut in fig. 6 expoſuimus, ut radii ab eodem objecti puncto digreſſi uniantur in circello quodam, non in unico puncto.

92. Ex omnibus hiſce capitibus objectum, quod ex unico puncto radios emitteret, haberet in oculo imaginem craſſitudinis cujuſdam. Et quidem ex poſtremo capite diverſæ radiorum refrangibilitatis magnitudo imaginis unici puncti eſt admodum ingens. Ponamus diſtantiam R p lentis chryſtallinæ a fundo oculi eſſe dimidii pollicis, qua & minor eſt, & aperturam pupillæ O o in fig. 12. eſſe unius lineæ. Circellus, per quem diverſi colorati radii diſpergentur circa p, habebit pro diametro $\frac{1}{55}$ partem unius lineæ. Invenietur angulus, quem ea diameter ſubtendit in R, ſi fiat, ut Rp lin. 6 ad ſemidiametrum ipſius circelli $\frac{1}{110}$, ita ſinus totus = 100000 ad 152, qui erit ſinus dimidii ejus anguli, & invenitur aliquanto major minutis 5. Quare is error decem ſubtendit in oculo noſtro minuta; & objecti partes, quæ per 10 minuta diſtant a ſe invicem, confundunt in fundo oculi radios. Si excluſis radiis debilioribus cum Newtono redigatur circellus aberrationis ad $\frac{1}{250}$ partem, & fiat ut 250 ad 55, ita decem minuta ad quartum, prodit error imaginis auctæ major minutis duobus. Ejuſmodi magnitudinis ſaltem in nudo oculo eſt imago unici etiam puncti, ſi ſatis habeat luminis, ad oculum percellendum; nam ſi lumen ſit debile, ſolæ intimiores circelli partes excitabunt ſenſum, ut itidem per noctem. Ea magnitudine augebuntur etiam imagines omnium objectorum in fundo oculi ex ſolo poſtremo capite a radiis excurrentibus hinc, & inde ab e, & d.

93. Hinc hallucinantur, qui dicunt objecta, quorum diameter apparens ſit tantummodo unius ſecundi, ſenſu non percipi. Si ſatis lucida ſint, & unicum etiam ſint punctum, adhuc tamen diſcerni poſſunt, & apparebunt aliqua magnitudine a tot aberrationibus orta. Si objectum ſit nigrum in fundo ſatis lucido, minuetur ejus magnitudo apparens a radiis lucidi circumjacentis aberrantibus in locum debitum ejus imagini; ſi fuerit lucidum, augebitur ab ejus radiis aberrantibus extra locum ſuæ imaginis. Hinc ad majorem diſtantiam deſinet vide-

ri diſtinctè, ſi ſit lucidum in fundo nigro, quam ſi ſit nigrum in fundo lucido. Ea autem diſtantia pendet plurimum a vi luminis, quam ipſum objectum lucidum habet, vel ſpatium circa objectum obſcurum, & vero etiam a mobilitate fibrillarum in oculo, qua fiet, ut in circello imaginis per aberrationem factæ ſentiri poſſit lumen in majore, vel minore diſtantia a centro circelli.

94. Ut demum deveniamus ad claritatem, ea pendet a quantitate luminis, quæ per pupillam O o ingreditur, a diaphaneitate humorum oculi, & corneæ, quæ aliquid luminis intercipiunt, & a motu, quo fibrillæ in fundo oculi tremunt ad eundem impulſum. Ut haſce poſteriores cauſas omittamus, quæ in eodem homine conſtantes ſunt, illud occurrit notabile, ita res ab Auctoræ Naturæ diſpoſitas eſſe, ut manente eadem pupillæ apertura, utcumque objectum ingens removeatur ab oculo, nihil mutetur claritas, niſi medium interjacens ſurripiat quid luminis, ut aer interjectus in ingenti tractu ſurripit. Nam intenſitas luminis decreſcit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab objecto emittente ipſum lumen, & magnitudo imaginis eſt itidem in eadem ratione reciproca duplicata diſtantiarum, cum diameter apparens, cui reſpondet diameter imaginis, ſit in ea ratione reciproca ſimplici, & ſuperficies proinde in duplicata. Inde enim fit, ut quanto minuitur lumen, tanto minuatur ſpatium, per quod in oculi fundo diſpergitur.

95. Diximus autem ingentium objectorum partes: nam ubi objectum nimis exiguum eſt, ejus imago magnitudinem fere totam habet ab aberrationibus ortam, quæ conſtantis magnitudinis eſt, unde fit, ut lumine imminuto per diſtantiam, magnitudo ſpatii, per quod dividitur, non minuatur, vel minuatur in minori ratione. At in partibus exiguis objecti ingentis, quod luminis ab una parte aberrantis amittitur, id totum reſtituitur in eundem locum ab aberratione circumjacentium. Sola diſtinctionem minuit remotio; nam partes, quæ minorem acquirunt apparentem diametrum in receſſu, confunduntur cum iis, a quibus antea diſtabant opticè magis, quam illi errores ferant. Illud autem hìc demum non eſt omittendum, Auctorem Naturæ conſuliſſe nonnihil etiam excluſioni nimii luminis, cum effecerit mobilem pupillam O o, quæ jam dilatatur magis, jam minus pro luminis ipſius quantitate, quæ quidem ſi poſſet

expan-

expandi, & contrahi in eadem ratione, in qua lumen eſt majus, vel minus; objecta omnia æque clara intueri poſſemus interdiu, & per noctem, ac in Solem ipſum liceret impune oculos audaces defigere.

96. Hæc de oculo nudo: videamus jam, quid præſtet oculus unica armatus lente. Sit in fig. 13, 14, 15, D d lens chryſtallina oculi, H h ipſius fundum, B b lens ante ipſum poſita, E P objectum. Sit autem in fig. 13 lens B b minus remota ab objecto, quam ſit ipſius focus radiorum parallelorum, in fig. 14 æque, in fig. 15 magis. Habebitur in fig. 13 imago virtualis, ubi eſt e: in fig. 14, imago erit in infinita diſtantia, in fig. 15 haberi deberet imago realis ubi eſt e, & ubique punctum e jacebit in recta E R in primo caſu ad partes E, in ſecundo in infinita diſtantia, in tertio ad partes R. Si ducatur per G recta, quæ in fig. 13 & 15 tranſeat per e, & in fig. 14, in qua e abit in infinitum, ſit parallela rectæ E R, & occurrat fundo oculi in i, focus radiorum ex e erumpentium in fig. 13, parallelorum E R in fig. 14, convergentium ad e in fig. 15 ſummota lente B b eſſet in i. Quare interpoſita itidem lente, radius E R, cujus directio tranſit per e in fig. 13, & 15, & qui in omnibus tranſit per R æquipollenter irrefractus abibit ad i, & imaginis magnitudinem L i definiet angulus L G i, quem poſitio puncti e in fig. 13, & 15, & directio E R in fig. 14, determinant. Quod ſi præterea ducatur per G recta E G I, radius ſine lente B b relatus ad lentem Chryſtallinam D d definiret magnitudinem imaginis objecti ejuſdem viſi nudo oculo. F. 13 14 15

97. Ex ipſa inſpectione figuræ patet in caſibus hic expreſſis imaginem augeri per lentem, & facile eſſet omnia, quæ huc pertinent definire, ac videre quo pacto incrementum imaginis mutetur mutata poſitione lentis inter oculum, & objectum. Sed notandum illud, niſi punctum e multum diſtet ab oculo, viſionem non poſſe eſſe accuratam, quia radii in fig. 13 incident nimis divergentes, in fig. 15 nimis convergentes. Poſitio figuræ 14, in qua radii profecti a foco lentis B b, ex ea egrediuntur paralleli, eſt optima oculo bene valenti: poſitio figuræ 13 eſt aptior presbitæ, poſitio figuræ 15 eſt aptior myopi, ſed ſi ſatis e accedat ad oculum, confuſio habebitur, quæ erit ſumma, ubi e incidat in ipſum oculum. Quod ſi e jaceret inter B b, & oculum, quem caſum in figura non expreſ-

expressimus, tum recta ex e per G ducta deberet in oculi fundum incurrere in arcum L H, quo casu imago inverteretur, quæ in prioribus casibus remanet directa. Atque eodem pacto æque facile definiri possent, quæcumque pertinent ad lentes concavas, quæ e contrario objecti imaginem minuunt.

98. Verum omissis hisce omnibus satis erit in casu fig. 14. notare illud, eum casum in exiguis lenticulis prodesse plurimum; quia cum earum focus proximus sit ipsis, ut in globulis distans per quartam diametri partem, objectum ibi collocatum adhuc videtur distinctum, cum radii ex illa lenticula emergant paralleli, apparebit autem cum eo angulo, quem tanta illa vicinia requirit. Atque hinc patet ratio microscopiorum, quæ unica constant lente, vel globulo vitreo. In objecto autem viso per lentem ita dispositam, ut ipsum objectum sit in ejus foco radiorum parallelorum, angulus L G i, æqualis erit in fig. 14 angulo G R d interno & opposito, adeoque & angulo E R P ad verticem ipsi opposito. Porro inde eruitur pro angulis exiguis hoc theorema. *Angulus determinans in oculo imaginem objecti visi per lentem convexam habentem ipsum in suo foco radiorum parallelorum æquatur angulo, sub quo videretur e media lente, nimirum est directè, ut ejus diameter vera, & reciprocè, ut distantia foci ipsius radiorum parallelorum ab ipsa lente*. Cum enim sit R P ad P E, ut est sinus totus ad tangentem anguli R P E, erit hæc tangens ut E P directè, & P R reciprocè. Ac admodum facile hæc ipsa theoremata transferuntur ad lentes concavas.

99. Absolutis iis, quæ pertinent ad unicam lentem combinatam cum lente chrystallina intra oculum, videamus, quid præstet ea combinatio binarum lentium, ex qua fit telescopium dioptricum. Porro quatuor debent considerari in quovis telescopio: distinctio, quam etiam dicimus terminationem; augmentum imaginis objecti; claritas; campus, sive magnitudo spatii, quod simul complectitur. Agemus seorsum de singulis.

F. 16. 100. Sit in primis in fig. 16. & 17. lens convexa B b, quæ
17. radios profectos a punctis objecti P E colligat in e p, ubi sit ejus imago realis, velut radios E A, E R in e. Si interponatur vel inter imaginem p e & ipsam lentem B b, ut in fig. 16, lens concava, vel ultra ipsam, ut in fig. 17, lens convexa D d ita; ut illius focus virtualis, hujus realis sit in ipso puncto p, radii

in utroque casu e lente D d emergent paralleli, ut ii duo radii A e, R e per rectas O Q, o q, (denotant autem hic utrobique puncta O o, locum egressus e lente D d) inter se, & rectæ e G ductæ per mediam lentis crassitudinem (num. 70), & ab humore chrystallino M m in fundo oculi H h bene dispositi colligentur, ut O Q, o q in I, ubi imaginem exhibebunt in L I, quæ quidem distinctissima esset, si lentes in unico puncto colligerent radios ex unico puncto advectos. Patet id ex num. 47, cum lens concava radios convergentes ad suum focum virtualem, & lens convexa radios divergentes a suo foco reali reddat parallelos. Ejusmodi conjunctio foci lentis alterius, quæ cum objecto sit obversa, & propior, dicitur objectiva, & foci lentis alterius, quæ oculo propior dicitur ocularis, distinctionem secum ferunt, cum radios ab unico puncto objecti digressos ocularis lens ad oculum parallelos dirigat, quod ad distinctam visionem requiritur, distinctione tamen, quam radii aberrantes nonnihil turbant, ut paullo infra videbimus.

101. In utroque casu utriusque figuræ *ad habendam distinctionem myopes debent admovere lentem ocularem lenti objectivæ, presbitæ removere*. Nam removendo lentem D d cavam fig. 16 a suo foco p, vel admovendo convexam fig. 17, quod utrobique fit eam admovendo objectivæ lenti B b, radii emergent nonnihil divergentes, contrarium vero accidet removendo.

102. Utcumque lentes ejusmodi combinentur, habebitur hæc qualiscumque distinctio, sed non quævis combinatio auget objecti imaginem. Sit utrobique C focus radiorum parallelorum lentis B b jacens ultra ipsam, per quem transeat radius E A. Is per a e emerget e lente B b parallelus radio C R, nempe axi telescopii, & ejus concursus cum radio E R in e determinabit ipsum punctum e; erit autem N I, quæ determinat locum imaginis I, parallela radiis emergentibus O Q (num. 70). Quare angulus L N I, sub quo videtur objectum ope binarum lentium, æqualis erit angulo p G e; angulus autem e R G ad verticem oppositus angulo P R E, sub quo idem objectum nudo oculo videretur ex R. Jam vero sinus angulorum e G R, e R G, sive in angulis exiguis ipsi anguli, sunt ut latera R e, e g, sive proxime ut R p, G p. In objecto autem E P ita remoto, ut radii advenientes ad lentem objectivam B b haberi possint pro parallelis, & punctum p haberi potest pro foco radiorum paral-

le-

lelorum, & diſtantiæ R p, G p foci radiorum parallelorum a binis lentibus ſunt, ut ipſarum radii, vel diametri curvaturæ, quod eruitur e formula $\frac{n\ r}{2}$ numeri 45, cum ejus valor ſit, ut r delatis n, & p. Igitur habebitur hoc theorema. *Angulus, ſub quo objectum apparet in oculo, ad angulum, ſub quo appareret ſpectatum e loco lentis objectivæ, eſt in objectis admodum remotis, ut diſtantia foci radiorum parallelorum lentis objectivæ ad diſtantiam ejuſmodi foci lentis ocularis, ſive ut radius curvaturæ lentis objectivæ ad radium curvaturæ lentis ocularis*. Porro in objectis propioribus recedente p ab R augebitur ea ratio, ut augetur diſtantia R p, ac ubi myopes admovebunt lentem ocularem lenti objectivæ, creſcet itidem nonnihil, contra decreſcet, ſi presbitæ removeant, quod facile demonſtratur. Sed impoſterum loquemur de media collocatione, in qua obtinet ſuperius theorema.

103. Patet jam in caſu lentis objectivæ convexæ B b conjunctæ cum oculari concava D d, ut in fig. 16., ſemper debere haberi aliquod augmentum imaginis. Cum enim debeat focus communis p jacere ultra ipſam ocularem D d, erit ſemper R p major, quam G p. At in caſu utriuſque lentis convexæ, ut in fig. 17., in qua focus p jacet inter utramque lentem, poterit haberi augmentum, æqualitas, vel imminutio imaginis, prout curvatura lentis objectivæ habuerit radium majorem, æqualem, vel minorem, quam curvatura lentis ocularis. *Hoc autem augmentum, vel imminutio pro objectis admodum diſtantibus, habebitur, dividendo radium, vel diametrum curvaturæ lentis objectivæ per radium, vel diametrum ejuſmodi lentis ocularis, eritque directè ut radius, vel diameter curvaturæ lentis objectivæ, & reciprocè ut radius, vel diameter curvaturæ lentis ocularis*.

104. Quoniam p E ad P E habet utrobique eandem conſtantem rationem R p ad R E, utcumque aſſumatur P E major, vel minor, & pariter L I ad e p eſt, ut L N ad p G, partes objecti tam in imagine e p, quam in oculo ſervabunt eundem ordinem, adeoque objectum ipſum non erit deformatum quidquam, quod valet ſatis accurate pro exiguis ab axe diſtantiis, pro quibus omnis expoſita theoria eſt accuratior.

105. Hic autem triplex habetur diſcrimen inter ejuſmodi bi-

bini casus. Nam primo quidem longitudo telescopii eandem habentis augendi potentiam minor est in prima combinatione, quam in secunda, cum ibi lentium distantia sit differentia distantiarum earundem a communi foco, hic summa. Secundo prima combinatio figuræ 16. exhibebit objectum directum, secunda vero figuræ 17. ipsum invertet. Nam ibi radii O P, o q devenient ad oculum directione in eandem plagam inclinata ad axem, in qua inclinatur radius directus R E, contra in fig. 17 in oppositam plagam inclinabitur. Tertio in prima combinatione nulla habetur intra telescopium accurata imago objecti, habetur vero in secunda in e p, quæ intra telescopium jacet.

106. Prima duo efficerent telescopium primi generis præstantius, quo quidem Galileus est usus. Sed in ea habetur maximum incommodum ob campum nimis exiguum, ut jam videbimus. Contra tertium discrimen efficit telescopium secundi generis in immensum præstantius telescopio primi generis in Astronomia, & Geographia. Nam ex una parte objecta cœlestia, quæ formam rotundam habent, idem est si directo, ac si indirecto spectentur situ. Ex altera vero parte commodissimum accidit illud, quod in situ imaginis e p (fig. 17) apponi possunt bina fila fixa se decussantia, ex quorum intersectione ut p vel e, per datum punctum R collineare liceat in certum objecti punctum p vel e, ob quam proprietatem hæc telescopia aptari potuerunt quadrantibus, & sectoribus ad angulos dimetiendos directo in alterum objectum telescopio fixo, in alterum telescopio mobili. Itidem possunt collocari bina fila parallela mobilia ope machinulæ, per cochleam, ad comparandas inter se objecti partes, vel apparentes plurium objectorum magnitudines accessu, & recessu filorum eorundem definito per revolutiones cochleæ, & partes revolutionis. Id instrumentum dicitur micrometrum, & plura sunt ejusmodi micrometrorum genera filis tam fixis, quam mobilibus constituta.

107. Verum etiam pro objectis terrestribus medentur facile inversioni imaginis addendo, ut in fig. 18. binas alias lentes F.18. oculares ita, ut præter objectivam B b, sint oculares tres D d, F f, Z, quarum prima habeat focum alterum in p communem cum objectiva, secunda in F communem cum prima, tertia in y, communem cum secunda. Radii digressi ex eodem objecti puncto E, ut E A, E R, coeunt in e, ubi pingitur imago e p,

 ut

ut prius. Eos lens D d a suo foco divergentes reddit parallelos per O X , o x , lens T t susceptos parallelos reddit convergentes in Y, ubi iterum imago pingitur in Y y , lens autem Z , eosdem parallelos transmittit per Z Q , z q ad lentem chrystallinam oculi M m, quæ ipsos colligit in I , adeoque habetur distinctio. Radios autem E A , P R ad diversa puncta pertinentes colligit lens D d in suo foco in F , eos lens T t inde exceptos reddit parallelos per F y, X Y , quos idcirco lens Z cogit convergere per z q , y L , & ipsi z q parallela N I determinat magnitudinem imaginis prorsus eandem, quæ habita fuisset post lentem D d , sed inversam inversæ, adeoque directam. Et quidem hoc pacto jam fiunt telescopia terrestria, ut evitetur illa nimia angustia campi , de qua paullo infra.

108. At e contrario posset etiam Galileano telescopio adhiberi micrometrum alterius cujusdam generis , quod nuperrimè invenit in Anglia Joannes Dolondus, & habetur in Transactionibus Anglicanis tomo 48 pertinente ad annum 1753 pag. 178 , ut ad nos perscripsit nuper vir doctissimus P. Pezenas e Soc. nostra , qui micrometrum ipsum ad Newtoniana , sive Gregoriana Catadioptrica telescopia applicatum illustrabit sub anni finem. Nos autem ipsas Transactiones nondum vidimus. En aliquam ejus ideam. Concipiamus vitrum objectivum bifariam sectum
F.19. ut in fig. 19 in duas partes A E B , a D b ita , ut possint disiungi
20. altera per alteram excurrente in directum divisis C , c . Si earum dimidios transversos ductus C A , c b intueamur, referent in fig. 20. figuras C E , c b. Radios omnes ex eodem remoti obiecti puncto delatos cum P C , & p c colliget pars prima in R secunda in r. Itidem radios ex alio delatos cum E C , e c in B , & b . Quare duorum obiecti punctorum, ut duarum Fixarum habebuntur 4 imagines R , r , B, b , quarum priores duæ inter se , & posteriores inter se distabunt , ubi obiectum sit satis remotum per intervallum B b , R r , æquale C c . Quare si ita diducantur binæ semilentes, ut imago prima primi obiecti R coeat cum secunda secundi obiecti b , innotescet ex ipso concursu imaginum , quantum distiterit prius imago B , ab imagine R , quæ distantiam binorum illorum obiectorum metitur. Porro utroque telescopii genere tam Galileano, quam communi dioptrico id micrometri genus æquè aptari potest.

109. Relinquitur, ut de claritate verba faciamus. Ea pendet a quantitate luminis ingredientis in oculum. Ut enim habeatur eadem claritas fieri debet , ut quantitas luminis , quæ per te-

telescopium ad quantitatem ejus, quæ haberetur oculo inermi sit ut magnitudo imaginis, quæ haberetur nudo oculo, ad magnitudinem ejus, quæ habetur per telescopium. Sic enim eidem fibrarum numero respondet eadem luminis quantitas. Debet igitur totidem vicibus diameter aperturæ vitri obiectivi continere diametrum aperturæ vitri ocularis, quot vicibus diameter imaginis per telescopium ante continet diametrum imaginis habendæ nudo oculo. Idem nimirum exprimet & rationem diametri aperturæ vitri obiectivi ad diametrum pupillæ, & incrementum imaginis. Hugenium quidem longa experientia docuit, ut ipse testatur Dioptricæ suæ prop: 55, satis esse, si pro terrestribus obiectis interdiu habeatur sexta, vel septima pars ejus luminis, pro cælestibus noctu etiam decima tertia. Et in optimo telescopio longo pedes Rhenollandicos 30, quod in diametro imaginem augebat per 109, invenit, satis esse aperturam vitri obiectivi unciarum 3, cum ex illa regula debuerit esse 11. Sic etiam nubilo cælo, licet multum luminis desit, satis clare videmus obiecta. Adhuc tamen semper illud stat, ut in diversis telescopiis æquè bonis debeat esse apertura vitri obiectivi proportionalis potentiæ amplificandi obiecti imaginem; & patet, data ejusmodi potentia, dari jam aperturam vitri obiectivi necessariam, si fiat ut 109 ad hanc novam potentiam ita unciæ tres ad diametrum quæsitam.

110. Hinc autem potissimum telescopiorum incommodum. Nam ad habendam claritatem, oportet augere diametrum aperturæ: ipsi autem diametro aperturæ respondet error e radiorum diversa refrangibilitate, juxta num. 60. cum sit pars ejus quinquagesima quinta, vel ducentesima quinquagesima. Porro lens ocularis dum imaginem auget, hunc etiam errorem auget. Hinc applicari non potest quævis ocularis lens cuivis objectivæ, sed debet adhiberi, quæ ejusmodi incrementum exhibeat, ut cum hoc incremento imaginis maneat in quovis telescopiorum genere illa erroris magnitudo, quam semel constiterit per observationem distinctioni non obstare. Quæ autem ea sit, facile innotescet ex theoremate demonstrato num. 86, quod diameter imaginis in oculo vidente objectum per lentem sit directè, ut vera objecti diameter, & reciprocè, ut distantia foci ejusdem lentis, adeoque reciprocè, ut est radius, vel diameter curvaturæ ipsius lentis.

111. Hoc posito, in fig. 17 patet, errorem ex diversa re-

frangibilitate ortum in p e , debere occupare circellum , cujus diameter sit proportionalis aperturæ vitri objectivi V v , ut autem retineatur distinctio , debere ab oculo per lentem chrystallinam M m videri id spatiolum ejusdem semper magnitudinis. Dicatur semidiameter aperturæ vitri objectivi s, diameter curvaturæ ipsius objectivi d, ocularis vero a, & erit potentia amplificandi $\frac{d}{a}$. Erroris vera diameter erit, ut apertura s, adeoque visa per lentem ocularem erit, ut $\frac{s}{a}$, quæ cum debeat esse constans, erit s, ut a; est autem semidiameter apertetræ, ut potentia, nimirum s ut $\frac{d}{a}$, adeoque a ut $\frac{d}{s}$. Igitur erit s ut $\frac{d}{s}$, & s s, ut d. Nimirum erit quadratum aperturæ, adeoque & quadratum potentiæ amplificandi, ut est diameter curvaturæ lentis objectivæ, quæ quidem diameter cum sit quamproximè, ut est telescopii longitudo (nam ea longitudo fere æquatur distantiæ foci lentis objectivæ ab ipsa, neglecta distantia foci ocularis adeo minore, & distantia illa foci æquatur ad sensum radio); erit illud quadratum, ut est longitudo telescopii, cumque fuerit s, ut a, patet ocularis lentis curvaturæ diametrum, vel radium debere esse, ut & semidiametrum aperturæ vitri objectivi, in ratione subduplicata longitudinis ejusdem. Hic quidem canon est maximè conformis experientiæ, & norunt Opifices, esse æque bonorum telescopiorum vires in ratione subduplicata longitudinum.

112. Hinc autem inferimus primò, causam, cur telescopia omnino perfici non possint esse diversam radiorum refrangibilitatem. Concurrunt quidem & aliæ causæ, ac ea in primis, quod figura sphærica radios omnes in unico puncto non colligat, sed eæ ita parum agunt respectu hujus causæ, ut præ illa pro nihilo haberi possint. Ostendimus num. 63 in illo telescopio pedum 100 errorem a diversa refrangibilitate ortum majorem esse errore orto a figura sphærica vel octies millies, vel ad minimum bis millies. Quare hic præ illo est fere nullus.

113. Accedit, quod si vitia telescopiorum provenirent ab errore figuræ sphæricæ, longe alia esset relatio inter diametrum

curva-

curvaturæ vitri objectivi, & potentiam amplificandi. Nam est ille error (num. 57.), ut $\frac{s^3}{d^2}$, adeoque is visus in oculo est, ut $\frac{s^3}{a d^2}$, & proinde, ut sit constans, debet esse s^3 ut $a d^2$, & $\frac{s^3}{d^2}$, ut a. Est autem s, ut $\frac{d}{a}$, adeoque a, ut $\frac{d}{s}$. Erit igitur $\frac{s^3}{d^2}$ ut $\frac{d}{s}$, sive s^4 ut d^3. Nimirum erunt quadratoquadrata aperturarum lentis objectivæ, ut cubi diametrorum curvaturæ ipsius lentis; & aperturæ ipsæ, ac potentiæ amplificandi, ut radices cubicæ quadrato-quadratorum diametri curvaturæ lentis objectivæ, quod est contra experientiam. Newtoni Optica, ubi in ea prop. 6 hoc eodem argumento utitur, tam in editione latina Londinensi, quam in Gallica, quam iterum in latina recentissima Patavina habet radices cubicas quadratorum, pro quadratoquadratorum. Putamus esse mendum primæ editionis ab aliis exscriptum.

114. Causa igitur imperfectionis telescopiorum dioptricorum repeti debet a diversa refrangibilitate radiorum, quam mirum in modum confirmat. Et quidem hanc ipsam ob causam telescopia catadioptrica, quæ speculis utuntur, & reflexione radios non dividente in regressu a speculo tanto præstant hisce dioptricis.

115. Secundo loco deducimus esse terminum quendam hominibus præfinitum, ultra quem hoc telescopiorum prælidio visum non extendant: nullum ex. gr. fieri posse telescopium, quod objecta in Luna ita repræsentet, quemadmodum nudo oculo viderentur in distantia unius milliarii, ac in quovis Planeta circumsolari, quemadmodum viderentur in distantia 100 milliariorum. Nimirum assumpta distantia Lunæ 60 semidiametrorum Terrestrium, quarum quævis est proxime 4000 passuum, continentium quinos pedes, distantia Lunæ fit 240000 milliariorum, & distantia Veneris Perigeæ, quæ omnium ad Terram maxime accedit centuplo circiter major. Hinc deducitur, debere diametrum aperturæ lentis esse pedum circiter 550, quæ lens adeo immanis deberet esse, ut transversim in solo posita, vertice suo summum D. Petri tholum superaret. Et hoc quidem argumentum æque valet contra telescopia catadioptri-

ca,

ca, quæ eandem aperturam requirerent ad claritatem. Accedit contra dioptrica telescopia, quod ejus telescopii longitudo deberet esse milliariorum 9978, multo major tota Telluris diametro.

116. Demum quod pertinet ad campum, ejus magnitudi-
F.17. nem in telescopio lentium convexarum fig. 17 determinat diameter aperturæ diaphragmatis, nimirum annuli X x cujusdam, qui apponitur in eo loco, ubi pingitur imago e p maxime distincta, qui debet esse aliquanto minor amplitudine lentis ocularis D d. Tantum objecti devenit ad lentem, & inde ad oculum, quantum ipse permittit, reliqua intercipiens. Ejus ope ipse campus evadit admodum bene terminatus, & est ut distantia R p foci lentis objectivæ ad semidiametrum ejus aperturæ ita sinus totus ad dimidii campi angulum. Quoniam autem radiorum parallelorum manipuli coadunantur circa F, pupilla ibidem constituta omnes ejus campi radios admittit. Facile autem est demonstrare eos, ibi occupare partem tantum pupillæ, adeoque devenire ad minorem partem humoris chrystallini; unde in primis fieri arbitramur illud, quod major per telescopia habeatur distinctio, tum quia magis evitatur irregularitas, quæ fit in pupillæ textu; tum quia minori aperturæ pupillæ id æquivalet, quod errorem ex diversa refrangibilitate ortum in humore chrystallino minuit in fundo oculi in eadem ratione. Accedit tamen, & illud, quod motu lentis ocularis telescopii suppletur accuratissimè nimio, vel nimis exiguo tumori lentis chrystallinæ.

F.16. 117. At in telescopio Galileano in fig. 16 manipuli illi radiorum O Q, o q divergunt, adeoque exiguus ipsorum numerus in pupillam ingreditur. Si oculus admoveatur ipsi lenti concavæ prope G, quo casu maximum excipit ejusmodi manipulorum numerum, & ipsa pupilla pertingat ad o; erit ut F o ad semidiametrum pupillæ G o, ita radius ad sinum anguli G F o, & ut o R ad F o, ita sinus o F R, sive o F G ad sinum o R F, sive semidiametri campi P R E. Quare ex æquo erit ut R o, sive R G longitudo totius telescopii, ad semidiametrum pupillæ, ita radius ad sinum dimidii campi. Patet sane, quam angustus esse debeat is campus in longioribus ejusmodi telescopiis, unde proinde nulli esse usui possint, si nimis excrescant.

118. Locus jam hic esset, ubi de campo agimus, determinandi ea, quæ pertinent ad colores, qui in extremo campo exhi-

hibentur, ubi nimia ſit amplificatio, ut etiam de uſu, & vitiis micrometrorum, quæ conſtituuntur per fila intra ipſum diaphragma, vel etiam de uſu diaphragmatis pro micrometro, de quo multis ab hinc annis diſſertationem dedimus in Actis Lipſienſibus recuſam, cui titulus. De novo teleſcopii uſu ad objecta cæleſtia determinanda. Sed anguſtiæ, quibus premimur, id argumentum cogunt omittere.

119. Illud non omittemus, unum e præcipuis uſibus micrometri conſtantis filis parallelis mobilibus eſſe ad diametros Planetarum apparentes determinandas. Ubi autem determinetur per micrometrum diameter apparens, ſi habeatur præterea diſtantia ex aliquo parallaxium genere, deducitur magnitudo vera, cum ſit in fig. 24 radius ad ſemidiametrum apparentem BAC, ita diſtantia AC ad ſemidiametrum veram CB. Hæc quidem methodus ſatis procedit, ubi diametri apparentes ſunt ſatis magnæ. At ubi ſatis exiguæ ſunt, cum omnes illi errores, de quibus egimus num. 88, augeant imaginem apparentem in oculo, fiet utique, ut error committatur intolerabilis in diametro quæſita. Ut unum proferamus exemplum, diametros apparentes Fixarum primæ magnitudinis, ut Syrii, alii putaverunt ante inventa teleſcopia trium, vel quatuor minutorum, ut ipſe Hevelius, alii poſt ea inventa ſaltem plurium ſecundorum, & Ricciolius quidem circellum conſiderans intra teleſcopium ſibi a ſuis vitris exhibitum, cenſuit eſſe ſecundorum 18. Alii Aſtronomi ſaltem *6* ſecundorum; & quidem Galileus alia methodo ſecundorum *5*, vel *6* in Spica Virinis. Hugenius autem aliâ depreſſit ad 4 tertia; unde & in diſtantiam Fixarum inquiſivit. F. 24.

120. At nos illud affirmamus: de vera Fixarum magnitudine conſtare nihil, præter illud, multo minorem eſſe uno ſecundo, immo etiam ſi æquali ſuæ ſuperficiei parte emittunt æqualem luminis vim, ac Sol, minorem eſſe uno minuto tertio; de diſtantia vero nihil, præter illud, majorem eſſe, quam ſit diſtantia Terræ a Sole aſſumpta centies millies. Ut ordiamur ab hoc poſtremo, motus Fixarum ita jam omnes certi ſunt, ut ſecluſa omni parallaxi etiam annua nunquam duobus ſecundis diſtet ſatis exacta obſervatio a calculo. Quare parallaxis ejuſmodi ad duo ſecunda non perveniret, ad quæ ſi perveniret, diſtaret utique per orbis annui ſemidiametros 100000, ut facili calculo trigonometrico conſtat. nihil de apparenti

Quod

121. Quod autem attinet ad diametros apparentes, tota illa apparens ipsarum magnitudo provenit a radiis aberrantibus. Nam quo telescopia majora sunt, & meliora, eo magis apparent instar puncti. Habemus nunc telescopia catoptrica, quæ imaginem augeant in diametro per 800. Hinc si essent quinque secundorum diametri spoliatæ aberrationibus, eo telescopio apparerent secundorum 4000, nimirum plus quam unius gradus, plus, quam dupla Luna nudo oculo. Si unius secundi essent, apparerent 800 secundorum sive minutorum fere 14, fere quantum dimidia Luna. Apparent autem etiam per ipsa punctorum instar. Habent igitur in immensum minorem uno secundo.

122. Quid vero de Hugeniana methodo. Ipse, ut habet in
F.22. Cosmotheoro sub finem tubum assumpsit T V ut in fig. 22 pedum 14. Circa verticem obtexit in Bb, & ad foramen exiguum $\frac{1}{12}$ lineæ, sive $\frac{1}{144}$ pollicis apposuit globulum A a, qui radios solis e I deflexos primum per I i versus f, tum per i F ad extremum S pupillæ S s appositæ ad foramen aliud L, & videbat solem non minore lumine eo, quod habet Syrius, Inde calculo inito invenit eam solaris luminis partem ad oculum devenire, ut si sol eo deberet recedere, unde tantulus appareret, ejus diameter apparens esset 4 tertiorum. At omisit ille considerationem diffractionis, quæ in distantia dimidiæ A a sive $\frac{1}{288}$ partis pollicis agit plurimum, & plurimos radios detorquet. Inde igitur infertur solis lumen, nisi diffractio magnam ejus partem interciperet, multo vividius futurum fuisse, adeoque multo minorem debere esse diametrum apparentem Syrii, quam ipse posuerit.

123. Eodem malo laborat methodus Galilei, qui interposito inter oculum P, & fixam filo, cujus semidiameter crassitu-
F.23. dinis C F, recessit donec ipsi stella filo obtegeretur, & e semidiametro ipsa C F, ac distantia C P investigavit angulum E P I, cujus duplum attribuit diametro apparenti fixæ. At diffractio hic quoque rem omnem perturbat. Et quidem si filum sit minus crassum, quam apertura pupillæ S s fixa autem sit punctum etiam unicum per radios D S, d s parallelos tangentibus B A, b a vi-

dere-

deretur hinc, & inde a filo. Sed id etiam diffractio perturbat, nec vacat in eo immorari pluribus, quod quidem facile expediretur, habita ratione diffractionis, amplitudinis pupillæ, & errorum ex ipsa amplitudine provenientium in oculi fundo.

124. Nos alia methodo invenimus tam exiguam esse in ipso Syrio vim luminis, ut, si Sol ad eam distantiam abire deberet, in qua tantum haberet luminis, ne ad tertium quidem minutum ejus diameter apparens perveniret. Nam Jupiter etiam Apogeus plus habet lucis, quam Syrius. Tum vero ejus diameter apparens est circiter secundorum 40. Sit in fig. 21. E L e l globus Jovis. Eum vident omnes, qui adsint per totam sphæram, cujus dimidium exhibet A D a. Si Sol, qui ipsum illustrat sit ad partes A, is qui sit in A, videt plenum, qui in a ex parte opposita, videt nihil, qui in D, videt dimidium. Assumptis autem A B, a b æqualibus, qui sit in B videt tantum, quantum non videt ex apparenti disco, qui est in I, ut ex ipsa patet schematis consideratione. Quare ejus lumen reflexum ita dividitur per totam sphæram, ut ubi videtur plenus in A, tantum habeatur luminis, quantum haberetur, si totum lumen æque divideretur per id hemisphærium, cujus medium est A. Fig. 21.

125. Hinc autem si is reflecteret totum lumen, quod a Sole accipit, cujus mensura est ejus discus, sive circulus maximus; esset intensitas luminis Solaris ibi ad intensitatem luminis ab eo reflexi hic apud nos, ut est ejus discus ad superficiem hemisphærii habentis pro semidiametro ejus distantiam a Terra, sive conjunctim in ratione duplicata ejus semidiametri ad ejus distantiam a terra & simplici 1 ad 2; nam superficies hemisphærii est dupla circuli maximi, & circuli sunt, ut quadrata radiorum. Sed quoniam maximam luminis partem absorbet & Juppiter, ut tellus; concipiamus dimidium tantum absorberi, dimidium reflecti. Erit lumen Solis ibi ad lumen ejus reflexum hic, in ratione duplicata semidiametri ipsius ad ejus distantiam a Terra, & duplicata 1 ad 2. Præterea Juppiter distat a Sole quintuplo magis, quam Terra. Quare ibi intensitas luminis Solaris est minor, quam hic adhuc in ratione duplicata 1 ad 5.

126. Jam vero est semidiater Jovis ad ejus distantiam a Terra, juxta theorema positum supra, ut sinus semidiametri

 appa-

apparentis ipsius, sive sinus secundorum 20 ad sinum totum, nimirum ut 1 ad 10000 quam proximè. Igitur omnibus rationibus collectis 1 ad 10000, 1 ad 2, 1 ad 5, habemus rationem 1 ad 100000. In hac ratione duplicata deberet esse minor diameter apparens Solis, si is deberet ad tantam distantiam recedere, ex qua lumen exhiberet æquale Jovis lumini ad nos devenienti. Cum igitur diameter apparens Solis sit circiter minutorum 30, sive secundorum 1800, vel tertiorum 108000, ea imminuta in ratione 100000 ad 1, deveniret ad minutum tertium; quo quidem adhuc esset minor in suppositione homogeneitatis cum Sole, quam assumpsimus, diameter apparens Syrii.

127. Deveniendo demum ad magnitudinem veram, ea posset innotescere tantummodo per diametrum apparentem, & distantiam. Sed utrumque incognitum nobis esse demonstravimus. Quamobrem incognita itidem erit magnitudo vera. Nec vero illud est satis probabile eas omnes esse æquales inter se, ut nimirum in ipsis Planetis tantam videmus magnitudinum varietatem induxisse Supremum Naturæ Artificem, licet fortasse minus improbabile sit, ex æquali superficiei suæ parte luminis copiam æqualem emittere, ut certo constat emittere lumen speciei ejusdem. Sed de his ex occasione lentium ac telescopiorum jam satis.

F I N I S.

ERRATA			*CORRIGE*
Pag. 9.	lin. 29.	I e	i e
	30.	C B, C O	C b, C o
	31.	i e, i d	I E, I D
	36.	C i o	C I O
Pag. 10.	7.	C i o	C i
14.	2.	A R	A f
	38.	B A	F A.
15.	2.	habet A F,	habet F f
19.	9.	C A ... C A	c A ... C a
	11.	d - r	+ (d - r)
24.	8.	C A 4	C A

In fig. 16. pro recta O F duc ipsi parallelam o F

IMPRIMATUR,

Si videbitur Rmo Patri Magistro Sacri Palatii Apostolici.

F. M. De Rubeis Patr. Const. Vicesg.

IMPRIMATUR.

Fr. Vincentius Elena Rmi P. Mag. Sacri Palatii Apost. Socius, Ord. Præd.


E
18.
R
b
P
d
F
X
Y
Z
h
N
m
b
d
e
23.
a

Z

c.g

